

Exercices pour le cours Econométrie et évaluations statistiques (Ch. VI).

Inférence I: Test de Student

Exercice 1. Les loyers sont-ils influencés par la population étudiante dans une ville universitaire? Soit rent le loyer mensuel moyen payé sur les logements locatifs dans une ville universitaire aux États-Unis. La population totale de la ville est désignée par pop , et le revenu moyen de la ville par avginc , et la population étudiante par pctstu en pourcentage de la population totale. Un modèle à estimer est le suivant:

$$\log(\text{rent}) = \beta_0 + \beta_1 \log(\text{pop}) + \beta_2 \log(\text{avginc}) + \beta_3 \log(\text{pctstu}) + u$$

1. Énoncez l'hypothèse nulle selon laquelle la population étudiante par rapport à la population totale de la ville n'a pas d'effet *ceteris paribus* sur les loyers mensuels. Énoncez l'hypothèse alternative selon laquelle il y a un effet.
2. Quels signes attendez-vous pour β_1 et β_2 ?
3. Soit les données `RENTAL.xls` pour 64 villes universitaires. Les résultats de l'estimation sont:

$$\begin{aligned} \widehat{\log(\text{rent})} &= 0,043 + 0,066 \log(\text{pop}) \\ &\quad (0,844) \quad (0,039) \\ &\quad + 0,507 \log(\text{avginc}) + 0,006 \log(\text{pctstu}) \\ &\quad (0,081) \quad 0,002 \end{aligned}$$

$$N = 64, R^2 = 0,458.$$

A l'aide du t-test, testez l'hypothèse énoncée dans la partie (a) au seuil de signification de 1%.

Exercice 2. La variable `rdintens` représente les dépenses de recherche et développement (R&D) en pourcentage du chiffre d'affaire des ventes. Les ventes sont mesurées en millions de dollars. La variable `profmarg` représente les bénéfices en tant que pourcentage des ventes. En utilisant les données de `RDCHEM.RAW` pour 32 entreprises de l'industrie chimique, les résultats suivants sont obtenus:

$$\widehat{\text{rdintens}} = 0,472 + 0,321 \log(\text{sales}) + 0,050 \text{ profmarg}$$

$$(1,369) \quad (0,216) \quad (0,046)$$

$$N = 32, R^2 = 0,099.$$

1. Interprétez le coefficient sur $\log(\text{sales})$. En particulier, si les ventes augmentent de 10%, quelle sera la variation estimée en points de pourcentage des `rdintens`? Est-ce un effet économiquement important?
2. Testez l'hypothèse que l'intensité en R&D ne change pas avec le niveau des ventes contre l'hypothèse alternative selon l'intensité en R&D augmente avec les ventes. Faites le test aux seuils de 5% et de 10%.
3. Que pouvez-vous dire, selon vous, de la puissance du test? [Rappel: la puissance d'un test est sa capacité à rejeter l'hypothèse nulle lorsque celle-ci est fausse.]

Exercice 3. Soit la fonction de production Cobb-Douglas qui permet d'expliquer la production en fonction du travail et du capital:

$$\log(Y) = \beta_0 + \beta_1 \log(L) + \beta_2 \log(K) + u$$

où Y est le montant de la production, L la quantité de travail utilisée dans le processus de production et K le capital.

1. Les rendements sont dits "constants" si la propriété suivante est satisfaite: lorsque la quantité de travail et la quantité de capital, toutes les deux, sont multipliées par une constante positive k , alors la production est multipliée par cette même

constante k . Prouvez que la fonction de production Cobb-Douglas a des rendements constants si

$$\beta_1 + \beta_2 = 1.$$

[Indice: la fonction logarithmique satisfait la propriété suivante: $\log(kX) = \log(k) + \log(X)$.]

2. Reparamétrisez la fonction de production Cobb-Douglas de manière à tester directement l'hypothèse de rendements constants à l'aide d'un test de Student.

Exercice 4. Une entreprise du secteur technologique souhaite mesurer l'effet du télétravail sur la productivité individuelle de ses employés. Pendant l'année 2023, une politique interne a divisé les salariés en deux groupes:

- Groupe 1 (bureau): 80 employés travaillant 5 jours par semaine au bureau,
- Groupe 2 (télétravail): 70 employés travaillant 3 jours à distance et 2 au bureau.

L'entreprise a collecté des données individuelles sur la productivité (nombre moyen de projets complétés par trimestre, ajusté pour la taille des projets) et le niveau d'expérience (en années). Pour évaluer l'effet du télétravail, on estime dans chaque groupe le modèle suivant:

$$\text{produc}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{exper}_i + u_i$$

où β_1 mesure le rendement de l'expérience sur la productivité. Les résultats sont les suivants:

$$\widehat{\beta}_1^{(1)} = 0,10 \quad \text{se}(\widehat{\beta}_1^{(1)}) = 0,03 \quad N_1 = 80$$

pour le groupe 1, et

$$\widehat{\beta}_1^{(2)} = 0,05 \quad \text{se}(\widehat{\beta}_1^{(2)}) = 0,02 \quad N_2 = 70$$

pour le groupe 2.

1. Testez l'hypothèse que l'effet de l'expérience sur la productivité est le même pour les deux groupes. Précisez les hypothèses nulle et alternative, la statistique de test utilisée et la décision au seuil de 5 %. [Notez que (1) les deux échantillons sont différents et donc les estimateurs sont des variables indépendantes et (2) le nombre total de paramètres estimé est égal à 4.]
2. Quelle conclusion peut-on tirer concernant le rôle du télétravail dans la valorisation de l'expérience ? Ce test suffit-il à conclure que le télétravail réduit (ou non) la productivité ? Justifiez.
3. Proposez une manière d'estimer dans une seule régression (au lieu de deux séparées) le même effet, en introduisant une variable indicatrice de télétravail D (D égale à 1 si groupe 2 et 0 si groupe 1) et une interaction de cette variance avec l'expérience. Quelle serait dans ce cas l'hypothèse à tester?