

Contrôle Continu d'Économétrie Appliquée - 1H30

Olivier Donni, Leïla Fardeau, Gabrielle Gambuli, Anderson Vil
CY Cergy Paris Université
2023 – 2024

Exercice 1

En tant qu'étudiant en L3 en économétrie, vous vous interrogez sur le temps d'étude nécessaire pour atteindre la moyenne dans cette matière. Pour répondre à cette question, vous menez une enquête auprès des étudiants en master qui ont suivi ce cours l'année dernière. L'objectif est de recueillir des informations sur leurs notes à l'examen et sur le nombre d'heures consacrées à l'étude de la matière. Vous avez établi la relation suivante :

$$\text{note}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{étude}_i + u_i$$

où la variable note_i prend des valeurs entre 0 et 20, et la variable étude_i est exprimée en heures.

Vous estimez la relation aux moyens des Moindres Carrés Ordinaires (MCO).

1. Expliquez de manière détaillée le problème d'optimisation que vous devez résoudre pour estimer les coefficients $\hat{\beta}_0$ et $\hat{\beta}_1$ des MCO.
2. Quel signe attribueriez-vous à $\hat{\beta}_1$. Interprétez sa signification.
3. Pensez-vous que le coefficient de détermination R^2 de cette régression serait élevé ou faible ? Pourquoi ? Quelles autres variables pourraient expliquer la variable note_i ? Commentez la nature des corrélations entre les variables suggérées et note_i .
4. $\hat{\beta}_1$ fournirait-il, selon vous, une relation *ceteris paribus* de l'effet du nombre d'heures étudiées sur la note à l'examen ? Pourquoi ? Discutez des corrélations possibles entre les variables présentes dans le terme d'erreur et la variable étude_i .

Exercice 2 On dispose de données portant sur les revenus, le prix et les dépenses de publicités de $N = 75$ chaînes de McDonald's en France.

On considère le modèle de régression linéaire suivant :

$$\text{sales} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{price} + \beta_2 \cdot \text{advert} + \beta_3 \cdot \text{advert}^2 + \beta_4 \cdot \text{Paris} + u$$

où sales représente la recette mensuelle en milliers euros dans une ville donnée, price un indice de prix pour tous les produits vendus, advert les dépenses mensuelles de publicités en milliers d'euros et Paris une variable indicatrice valant 1 si le McDonald's se trouve dans la région parisienne et 0 s'il se trouve en dehors de Paris.

L'estimation permet d'obtenir les résultats suivants :

$$\widehat{sales} = 109.72 - 7.64 \times price + 12.15 \times advert - 2.77 \times advert^2 + 0.5 \times Paris$$

$$SCE = 1532, \quad SCT = 3115$$

,

1. Interprétez les coefficients $\hat{\beta}_0$ et $\hat{\beta}_4$. Pensez-vous que l'interprétation de $\hat{\beta}_0$ est pertinente ?
2. Quelle devrait être la différence de prix moyenne entre un McDonald's à Paris et un McDonald's en dehors de Paris pour que les recettes soient équivalentes ? Indiquez celui qui génère le plus grand niveau de recettes.
3. Quelle sera la recette mensuelle estimée d'un McDonald's se situant à Pontoise ayant un niveau mensuel de publicités de 2000 euros.
4. Donnez une expression du R^2 et calculez sa valeur.
5. Si l'on décidait d'exprimer la recette mensuelle en euros plutôt qu'en milliers euros, quel en serait l'impact sur le R^2 de la régression ? Démonstrez.
6. En maintenant le prix constant, pour quel niveau de dépenses en publicités un euro de dépenses supplémentaires aura-t-elle un effet négatif sur la recette mensuelle ?

Exercice 3

1. Prouvez que

$$\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 - N\bar{x}^2$$

2. Prouvez que

$$\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^N x_i y_i - N\bar{x}\bar{y}$$

3. Un chercheur utilise un échantillon de 100 observations pour étudier la relation entre une variable dépendante y_i et une variable indépendante x_i . Une analyse préliminaire de l'échantillon fournit les statistiques suivantes :

$$\sum_{i=1}^N y_i = 500 \quad \sum_{i=1}^N x_i = 200 \quad \sum_{i=1}^N y_i^2 = 3000$$

$$\sum_{i=1}^N x_i^2 = 800 \quad \sum_{i=1}^N x_i y_i = 100$$

- (a) Donnez les formules des estimateurs des MCO de $\hat{\beta}_0$ et $\hat{\beta}_1$ et calculez leur valeurs.
- (b) Donnez la formule du R^2 et calculez sa valeur.