# Microéconomie III

Contrôle continu écrit – Examen blanc 1

Licence 3 – Économie

**Anderson Vil**
vladerinson@gmail.com

THEMA
CY Cergy Paris Université
Année universitaire 2026-2027

Nom : ..... Prénom : ..... N° étudiant : .....

**Consignes.** Durée de l'épreuve 2 heures. Les documents et les téléphones sont interdits, la calculatrice non programmable est autorisée. Le sujet comporte cinq parties, notées sur 20 au total, et le barème de chaque question est indiqué entre parenthèses. Toute réponse doit être justifiée, car un résultat sans raisonnement ne rapporte aucun point. Sauf indication contraire, les résultats non entiers sont arrondis au centième.

**Conventions.** Dans chaque matrice de gains, le premier nombre d'une case est le gain du joueur en ligne, le second celui du joueur en colonne. Les joueurs sont rationnels, et la structure du jeu (joueurs, stratégies, gains) est connaissance commune. Sauf mention contraire, un jeu est joué une seule fois et les décisions sont simultanées, c'est-à-dire qu'aucun joueur n'observe le choix de l'autre avant de décider.

## Les Nuits de la Vallée

Chaque été, le festival *Les Nuits de la Vallée* accueille sur son esplanade deux food-trucks, et seulement deux. Nadia gère *La Roulotte*, Théo gère *Le Camion Bleu*. Les parties A et B étudient la concurrence entre les deux gérants. Les parties C et D étudient deux décisions que Nadia prend seule face au risque, sans interaction avec Théo. La partie E est une question de réflexion.

### Partie A – Le prix du menu — 5 points

Chaque soir, avant l'ouverture, chaque gérant affiche le prix de son menu sans connaître celui de l'autre. Il a le choix entre deux prix, *12* € et *9* €. Une étude a estimé le profit de chaque food-truck pour une soirée, en centaines d'euros :

- si les deux affichent 12 €, chacun gagne 8 ;
- si Nadia affiche 9 € et Théo 12 €, Nadia gagne 10 et Théo 3 ;
- si Nadia affiche 12 € et Théo 9 €, Nadia gagne 3 et Théo 10 ;
- si les deux affichent 9 €, chacun gagne 5.

Dans les questions A1 à A5, le jeu est joué une seule fois, pour une seule soirée.

**A1.** (0,75 pt) Écrire la matrice de gains du jeu, avec Nadia en ligne et Théo en colonne.

**A2.** (1 pt) Montrer que chaque gérant possède une stratégie strictement dominante. Pour chaque gérant, nommer cette stratégie et écrire les deux comparaisons de gains qui l'établissent.

**A3.** (1 pt) Déterminer tous les équilibres de Nash en stratégies pures par la méthode des meilleures réponses, puis donner le profit de chaque gérant à l'équilibre.

**A4.** (0,75 pt) La veille, Nadia et Théo se promettent mutuellement d'afficher 12 €. Aucun contrat ne les lie et aucune sanction n'est prévue en cas de manquement. En supposant que Théo tienne sa promesse, calculer le gain de Nadia selon qu'elle la tient ou non, puis en déduire si la promesse modifie l'équilibre trouvé en A3. Indiquer enfin, en le justifiant, si cet équilibre est un optimum de Pareto.

**A5.** (0,5 pt) Déterminer la stratégie maximin de Nadia en indiquant le gain minimal associé à chacune de ses deux stratégies. Expliquer, à l'aide du résultat de la question A2, pourquoi cette stratégie coïncide avec sa stratégie d'équilibre.

**A6.** (1 pt) Le festival dure exactement trois soirées, ce que les deux gérants savent. Chaque soir, ils jouent le jeu ci-dessus, et chacun connaît les prix affichés les soirs précédents. Nadia annonce à Théo qu'elle affichera 12 € tant que Théo affichera 12 €. En raisonnant à rebours à partir de la troisième soirée, déterminer le prix affiché par chaque gérant lors de chacune des trois soirées. En déduire si l'annonce de Nadia est crédible, c'est-à-dire si Nadia aurait intérêt à la respecter lors de chaque soirée.

## Partie B – La spécialité — 4 points

Pour l'édition suivante, chaque food-truck choisit une spécialité unique pour toute la durée du festival, les burgers ou la cuisine végétarienne. Les profits sur l'ensemble du festival, en centaines d'euros, sont les suivants.

| | | **Théo** | |
|---|---|---|---|
| | | Burgers | Végétarien |
| **Nadia** | Burgers | 2 ; 2 | 9 ; 6 |
| | Végétarien | 6 ; 9 | 1 ; 1 |

**B1.** (1 pt) Les deux gérants choisissent leur spécialité simultanément. Déterminer les équilibres de Nash en stratégies pures. Indiquer ensuite si la théorie permet de prédire lequel de ces équilibres sera atteint, et pourquoi.

**B2.** (1,5 pt) Les organisateurs attribuent désormais les emplacements dans l'ordre d'inscription. Nadia s'inscrit la première, et sa spécialité est publiée sur le site du festival sans pouvoir être modifiée. Théo s'inscrit ensuite en connaissant le choix de Nadia. Représenter ce jeu par un arbre, puis le résoudre par induction à rebours. Donner la stratégie de Nadia, la stratégie complète de Théo (son choix après chacun des deux choix possibles de Nadia), l'issue du jeu et les profits des deux gérants.

**B3.** (0,75 pt) Comparer le profit de Nadia en B2 aux profits qu'elle obtient dans chacun des équilibres de B1, et nommer l'effet ainsi mis en évidence. Calculer ensuite le profit de Théo s'il s'inscrivait le premier, toutes choses égales par ailleurs.

**B4.** (0,75 pt) On modifie la règle de la question B2. L'inscription de Nadia n'est plus qu'une préinscription, qu'elle peut modifier gratuitement jusqu'à la veille du festival. Théo s'inscrit de façon définitive après avoir vu la préinscription de Nadia, puis Nadia fait son choix définitif en connaissant celui de Théo. Déterminer par induction à rebours l'issue de ce jeu et les profits des deux gérants. En déduire la propriété que doit avoir le premier coup pour procurer un avantage au premier joueur.

## Partie C – Louer ou exploiter ? — 5 points

Pour l'édition 2027, le profit de Nadia sur le festival dépend de l'affluence, qu'elle ne contrôle pas. Avec probabilité 0,8, l'affluence est normale et son profit vaut 3 600 €. Avec probabilité 0,2, des orages font fuir le public et son profit tombe à 400 €.

L'organisateur lui propose une autre formule. Nadia lui loue *La Roulotte* pour toute la durée du festival contre un montant fixe et certain de 2 800 €, et c'est l'organisateur qui exploite le stand et supporte le risque d'affluence.

Nadia évalue un revenu $W$ (en euros) avec la fonction d'utilité $u(W) = \sqrt{W}$ et maximise son utilité espérée.

**C1.** (1 pt) Écrire le profit d'exploitation comme une loterie, en donnant ses issues et leurs probabilités, puis calculer son espérance.

**C2.** (1 pt) Calculer la variance et l'écart-type du profit d'exploitation, en présentant les écarts à l'espérance.

**C3.** (1 pt) Calculer l'utilité espérée de l'exploitation et l'utilité de la location, puis indiquer la formule que choisit Nadia.

**C4.** (1 pt) Calculer l'équivalent certain et la prime de risque de l'exploitation. Ranger par ordre croissant l'équivalent certain, le montant de la location et l'espérance du profit d'exploitation, et montrer que ce rangement confirme le choix de la question C3.

**C5.** (1 pt) Montrer que $u$ est concave et en déduire l'attitude de Nadia face au risque. Son associé Malik, neutre au risque, ferait face exactement à la même loterie. Calculer le montant fixe minimal pour lequel Malik accepterait de louer le stand, puis celui pour lequel Nadia l'accepterait. Montrer que l'écart entre ces deux montants est égal à la prime de risque de Nadia.

## Partie D – L'assurance du groupe frigorifique — 4 points

Cette partie est indépendante de la partie C. Nadia possède un patrimoine professionnel (camion, matériel et stock) de 4 900 €. Pendant le festival, le groupe frigorifique du camion tombe en panne avec probabilité 0,2. Dans ce cas, le stock est perdu et la réparation est à sa charge, si bien que son patrimoine diminue de 2 400 €. Nadia évalue son patrimoine final avec la même fonction $u(W) = \sqrt{W}$.

**D1.** (1 pt) Écrire le patrimoine final de Nadia comme une loterie. Calculer son espérance et la perte espérée.

**D2.** (1 pt) Calculer l'utilité espérée, l'équivalent certain et la prime de risque de cette loterie.

**D3.** (1 pt) Un contrat d'assurance complète rembourse intégralement la perte en cas de panne, contre une prime $P$ payée dans tous les cas. Écrire le patrimoine final de Nadia lorsqu'elle s'assure, puis calculer la prime maximale $P_{\max}$ qu'elle accepte de payer. Décomposer $P_{\max}$ en la somme de la perte espérée et de la prime de risque, en donnant la valeur de chaque terme.

**D4.** (1 pt) Un assureur propose ce contrat pour $P = 500$ €. Comparer 500 € à $P_{\max}$ et indiquer si Nadia accepte. Comparer ensuite 500 € à la perte espérée et indiquer si un entrepreneur neutre au risque, placé dans la même situation, accepterait. Calculer enfin le gain moyen de l'assureur sur ce contrat, défini comme la prime encaissée moins le remboursement espéré, et vérifier qu'il est inférieur à la prime de risque de Nadia.

## Partie E – Question de réflexion — 2 points

**Question de réflexion (environ 10 lignes)**

*Un comportement rationnel est-il toujours un comportement souhaitable, pour soi ou pour la collectivité ?*

On appelle ici *rationnel* un choix qui maximise l'objectif du décideur compte tenu de ce qu'il sait. Votre réponse doit (1) montrer, à partir de la partie A, que des choix individuellement rationnels peuvent conduire à une issue dominée au sens de Pareto, et dire ce qui empêche d'éviter cette issue ; (2) expliquer, à partir de la partie D, pourquoi payer une prime supérieure à la perte espérée n'est pas irrationnel ; (3) conclure en distinguant rationalité individuelle et efficacité collective.