

Microéconomie III

Partie III — Séance V

Série d'exercices, décrire le risque et choisir

Licence 3 Économie · Année universitaire 2026-2027

Les exercices portent sur les blocs A et B (support et polycopié, sections A et B). Les calculs se font à la main, avec une calculatrice, sauf à l'exercice 5. Les corrigés forment un document séparé.

	Contenu	Durée estimée	Organisation
Quiz	10 questions	10 min	TD
Exercice 1	espérance, variance et écart-type	20 min	TD
Exercice 2	la droite de budget de l'assurance	15 min	TD
Exercice 3	utilité espérée et taux marginal de substitution	20 min	travail personnel
Exercice 4	transformations de l'utilité	15 min	travail personnel
Exercice 5	décrire et comparer des loteries avec du code	25 min	travail personnel
Total		105 min	45 min en TD

Quiz

Une seule réponse est correcte par question.

Question 1. Laquelle de ces listes de probabilités, associées aux issues 100, 200 et 300 €, peut décrire une loterie ?

- a) 0,2, 0,3 et 0,4
- b) 0,5, 0,6 et -0,1
- c) 0,25, 0,25 et 0,5
- d) 0,5, 0,5 et 0,5

Question 2. Une loterie donne -100 € avec probabilité 0,3 et 200 € avec probabilité 0,7. Son espérance vaut

- a) 50 €
- b) 110 €
- c) 100 €
- d) 170 €

Question 3. On ajoute 50 € à chaque issue d'une loterie.

- a) L'espérance et l'écart-type augmentent de 50 €.
- b) L'espérance augmente de 50 €, l'écart-type ne change pas.
- c) L'espérance ne change pas, l'écart-type augmente de 50 €.
- d) Ni l'espérance ni l'écart-type ne changent.

Question 4. On multiplie toutes les issues d'une loterie par 2.

- a) La variance est multipliée par 2.
- b) La variance est multipliée par 4 et l'écart-type par 2.
- c) L'écart-type est multiplié par 4.
- d) La variance et l'écart-type ne changent pas, car les probabilités sont les mêmes.

Question 5. Une loterie donne 1 000 ou 1 400 € avec probabilité 1/2 chacun. Son écart-type vaut

- a) 400 €
- b) 200 €
- c) 40 000 €
- d) 100 €

Question 6. Une jeune entreprise lance un produit sans équivalent sur le marché. Un investisseur estime à 0,3 la probabilité de succès. Cette probabilité est

- a) objective, parce qu'elle est exprimée par un nombre
- b) subjective, parce qu'elle traduit un jugement faute de fréquence observée
- c) inutilisable, parce qu'aucune fréquence n'est disponible
- d) objective, parce qu'un investisseur informé l'a calculée

Question 7. Inès (richesse 10 000 €, perte de 6 400 € en cas d'accident) assure K euros contre une prime γK . Sa richesse s'il n'y a pas d'accident vaut

- a) 10 000
- b) $10\,000 - \gamma K$
- c) $10\,000 + K - \gamma K$
- d) $3\,600 + K$

Question 8. Avec $\gamma = 0,2$, la pente de la droite de budget de l'assurance, c_2 en ordonnée et c_1 en abscisse, vaut

- a) $-0,2$
- b) $-0,25$
- c) $-0,8$
- d) -4

Question 9. Un agent maximise $E[u(W)]$ avec $u(W) > 0$. Quelle fonction v classe toujours les loteries comme u ?

- a) $v = u^2$
- b) $v = 3u + 7$
- c) $v = \ln u$
- d) $v = e^u$

Question 10. Les préférences ont la forme d'utilité espérée avec trois états. Le TMS entre les consommations des états 1 et 2

- a) dépend de la consommation de l'état 3
- b) ne dépend pas de la consommation de l'état 3
- c) vaut π_1 / π_2 quelles que soient les consommations
- d) vaut 1, car les états sont équiprobables

Exercice 1. Trois offres de stage

Léa hésite entre trois offres de stage de six mois. La gratification mensuelle dépend de primes liées aux résultats de l'équipe.

Offre	issues (euros par mois)	probabilités
A	1 600 ou 1 000	0,75 et 0,25
B	2 000 ou 900	0,5 et 0,5
C	1 200, 1 500 ou 1 700	0,3, 0,5 et 0,2

1. Calculer l'espérance de chaque offre. Que choisirait une personne qui ne regarde que l'espérance ?
2. Calculer la variance et l'écart-type de chaque offre, en présentant les écarts à l'espérance. Classer les offres de la moins risquée à la plus risquée.
3. Vérifier la variance de l'offre A avec la formule propre aux loteries à deux issues.
4. Dans l'offre A, l'entreprise prélève finalement 10 % de la gratification. Donner sans nouveau calcul complet l'espérance et l'écart-type. Même question si elle ajoute une prime fixe de 100 € par mois.
5. Pourquoi l'espérance seule ne permet-elle pas de choisir entre A, B et C ?

Exercice 2. La droite de budget de l'assurance

Lucas possède 4 000 €, dont un vélo électrique d'une valeur de 1 500 €. Il a une chance sur cinq de se le faire voler dans l'année. Un assureur lui propose de couvrir K euros contre une prime γK , avec $\gamma = 0,25$. On note c_1 sa richesse en cas de vol (état 1) et c_2 sa richesse sinon.

1. Quelle est la dotation de Lucas ? La représenter dans le plan (c_1, c_2) .
2. Exprimer c_1 et c_2 en fonction de K . Calculer le plan obtenu pour $K = 500, 1\,000$ et $1\,500$.
3. Montrer que tous ces plans vérifient $\gamma c_1 + (1 - \gamma)c_2 = 3\,625$. Donner la pente de la droite de budget et l'interpréter.
4. Quel montant K place Lucas sur la diagonale ? Que signifie ce point ? Que représente le point obtenu avec $K = 2\,000$?
5. Combien l'assureur rembourse-t-il en moyenne par euro de couverture ? Comparer à γ . La prime est-elle équitable ?

Exercice 3. Lucas s'assure-t-il ?

On reprend l'exercice 2 et on suppose que Lucas maximise son utilité espérée.

1. Avec $u(W) = \sqrt{W}$, calculer son utilité espérée sans assurance, puis avec une assurance complète au prix $\gamma = 0,25$. Que préfère-t-il ?
2. Même question si le prix de l'assurance est $\gamma = 0,2$.
3. Calculer son TMS $\pi_1 u'(c_1) / (\pi_2 u'(c_2))$ à la dotation et le comparer à $\gamma / (1 - \gamma)$ pour $\gamma = 0,25$. Lucas a-t-il intérêt à acheter le premier euro de couverture ?
4. Reprendre les questions 1 et 3 avec $u(W) = \ln W$. On donne $\ln 2500 = 7,824$, $\ln 3625 = 8,196$ et $\ln 4000 = 8,294$.
5. Avec $u = \ln$ et $\gamma = 0,25$, écrire la condition de tangence, montrer qu'elle impose $c_2/c_1 = 4/3$ et en déduire la couverture optimale K^* .

Exercice 4. Transformations de l'utilité

1. Montrer que si $v = au + b$ avec $a > 0$, alors u et v classent toutes les loteries dans le même ordre.
2. On compare la loterie L_1 , 100 € certains, et la loterie L_2 , 0 ou 225 € avec probabilité 1/2. Quelle loterie un agent d'utilité $u(W) = \sqrt{W}$ choisit-il ? Et avec $v = 2\sqrt{W} + 5$? Et avec $w = W^2$? Commenter.
3. Montrer que le TMS $\pi_1 u'(c_1) / (\pi_2 u'(c_2))$ ne change pas quand on remplace u par $au + b$, $a > 0$.
4. Parmi les fonctions suivantes, lesquelles représentent les mêmes préférences que $u(W) = \sqrt{W}$ pour un agent qui maximise son utilité espérée ? $10\sqrt{W} - 3$, $\sqrt{W}/2$, $W^{1/4}$, $-\sqrt{W}$.

Exercice 5. Décrire et comparer des loteries avec du code

1. Écrire, en Python ou en R, une fonction `decire(W, p, u)` qui reçoit les issues W , leurs probabilités p et une fonction d'utilité u , et renvoie l'espérance, l'écart-type et l'utilité espérée. Le code de départ ci-dessous peut servir de modèle.
2. L'appliquer aux trois offres de l'exercice 1 avec $u(W) = \sqrt{W}$, $u(W) = \ln W$ et $u(W) = W$. Classer les offres dans chaque cas.
3. Représenter les trois distributions sur un même graphique, en bâtons.
4. Comparer les classements obtenus avec celui de l'exercice 1, question 2. Que retenez-vous ?

[Python] départ

```
import numpy as np
W = np.array([1600, 1000]); p = np.array([0.75, 0.25]) # offre A
E = (p * W).sum() # espérance
print(E, np.sqrt((p * (W - E) ** 2).sum()), (p * np.sqrt(W)).sum())
```

[R] départ

```
W <- c(1600, 1000); p <- c(0.75, 0.25) # offre A
E <- sum(p * W) # espérance
c(E, sqrt(sum(p * (W - E)^2)), sum(p * sqrt(W)))
```