

Microéconomie III

Partie III — Séance VI

Série d'exercices, attitudes face au risque et réduction du risque

Licence 3 Économie · Année universitaire 2026-2027

Les exercices portent sur les blocs C et D, et mobilisent les blocs A et B (support et polycopié, sections A à D). Les calculs se font à la main, avec une calculatrice, sauf à l'exercice 5. Les corrigés forment un document séparé.

	Contenu	Durée estimée	Organisation
Quiz	10 questions	10 min	TD
Exercice 1	équivalent certain et prime de risque	15 min	TD
Exercice 2	demande d'assurance	20 min	TD
Exercice 3	diversification et corrélation	20 min	travail personnel
Exercice 4	valeur de l'information	15 min	travail personnel
Exercice 5	mutualisation, calcul exact avec du code	25 min	travail personnel
Total		105 min	45 min en TD

Quiz

Une seule réponse est correcte par question.

Question 1. Quelle fonction d'utilité, définie pour $W > 0$, décrit un agent averse au risque ?

- a) $u(W) = W^2$
- b) $u(W) = \sqrt{W}$
- c) $u(W) = 3W + 2$
- d) $u(W) = e^W$

Question 2. Une loterie donne 0 ou 100 € avec probabilité 1/2. Pour $u(W) = \sqrt{W}$, son équivalent certain vaut

- a) 50 €
- b) 25 €
- c) 5 €
- d) 10 €

Question 3. La prime de risque d'un agent qui a du goût pour le risque est

- a) positive
- b) nulle
- c) négative
- d) non définie, car il refuse toute assurance

Question 4. Pour une assurance complète, la prime maximale qu'un agent averse accepte de payer est égale à

- a) la perte espérée
- b) la prime de risque
- c) la perte espérée plus la prime de risque
- d) l'équivalent certain de sa loterie

Question 5. Dans le plan (écart-type, espérance), les courbes d'indifférence d'un agent averse au risque sont

- a) décroissantes
- b) croissantes
- c) horizontales
- d) verticales

Question 6. Deux activités ont la même espérance, le même écart-type σ et une corrélation nulle. On partage son temps à moitié entre elles. L'écart-type du revenu vaut

- a) σ
- b) $\sigma/2$
- c) $\sigma/\sqrt{2}$
- d) 0

Question 7. Une assurance est actuariellement équitable quand

- a) la prime égale la perte maximale
- b) la prime égale le remboursement espéré
- c) la prime est nulle
- d) la prime égale la prime de risque de l'assuré

Question 8. 400 assurés indépendants partagent leurs sinistres. Le sinistre de chacun a un écart-type de 2 000 €. L'écart-type du coût par assuré vaut

- a) 5 €
- b) 100 €
- c) 2 000 €
- d) 1 000 €

Question 9. Un agent averse au risque qui maximise son utilité espérée se voit proposer une prime chargée, $\gamma > \pi_1$. En général,

- a) il s'assure complètement
- b) il s'assure en partie, ou pas du tout
- c) il se sur-assure
- d) il ne s'assure jamais

Question 10. La valeur de l'information complète est

- a) l'écart entre le résultat espéré d'un choix fait avec l'information complète et celui d'un choix fait sans elle
- b) le prix auquel on peut acheter une prévision sur le marché
- c) le résultat espéré quand on dispose de l'information complète
- d) un nombre qui peut être négatif quand l'information est mauvaise

Exercice 1. L'équivalent certain de Samir

Samir, intermittent du spectacle, perçoit chaque mois 900 ou 3 600 € avec probabilité 1/2.

1. Avec $u(W) = \sqrt{W}$, calculer l'espérance, l'utilité espérée, l'équivalent certain et la prime de risque. Vérifier que u est concave.
2. Un autre contrat donne 0 ou 4 500 € avec probabilité 1/2. Même espérance ? Calculer l'équivalent certain et la prime de risque. Commenter.
3. Reprendre les questions 1 et 2 avec $u(W) = W$, puis avec $u(W) = W^2$. Interpréter le signe de la prime.
4. Tracer l'allure de $u = \sqrt{\cdot}$ et placer, pour la première loterie, l'espérance, l'utilité espérée, l'équivalent certain et la prime de risque.

Exercice 2. Lucas s'assure-t-il ?

On reprend Lucas de la série V. Il possède 4 000 €, dont un vélo de 1 500 € qui sera volé avec probabilité 0,2, et $u(W) = \sqrt{W}$. Une assurance couvre K euros contre une prime γK .

1. Calculer l'espérance de sa richesse, son utilité espérée sans assurance, son équivalent certain et sa prime de risque.
2. Quelle prime maximale accepterait-il de payer pour une assurance complète ? La décomposer.
3. Quelle est la prime équitable γ ? Montrer qu'à ce prix Lucas s'assure complètement et calculer son utilité espérée.
4. L'assureur fixe $\gamma = 0,22$. Écrire la condition de tangence et montrer qu'elle impose $c_2/c_1 = \left(\frac{0,8 \times 0,22}{0,2 \times 0,78}\right)^2$. En déduire la couverture optimale et la comparer à l'assurance complète et à l'absence d'assurance.
5. Que se passe-t-il pour $\gamma = 0,25$? Relier le résultat à l'exercice 3 de la série V.

Exercice 3. Diversifier deux fonds

1. Deux fonds ont le même rendement espéré et le même écart-type, 20 %. Calculer l'écart-type d'un portefeuille placé à moitié dans chacun pour une corrélation de 0,6, 0 et -0,4.
2. Le fonds X a un écart-type de 20 %, le fonds Y de 10 %. On place une part w dans X et $1 - w$ dans Y. Écrire la variance du portefeuille en fonction de w et de la corrélation r , puis montrer

que la part qui la minimise vaut

$$w^* = \frac{\sigma_Y^2 - r\sigma_X\sigma_Y}{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2r\sigma_X\sigma_Y}.$$

3. Calculer w^* et l'écart-type minimal pour $r = 0$, puis pour $r = 0,5$. Pourquoi ajouter un peu du fonds le plus risqué peut-il réduire le risque ?
4. On répartit également son épargne entre n actions d'écart-type 20 %, deux à deux corrélées à 0,3. Calculer l'écart-type du portefeuille pour $n = 1, 10, 100$ et sa limite. Quelle part du risque ne disparaît pas, et pourquoi ?

Exercice 4. Ce que vaut une prévision météo

Une agricultrice choisit au printemps entre le blé et le tournesol. L'été sera sec avec probabilité 0,4 et humide avec probabilité 0,6. Son revenu, en milliers d'euros, est donné ci-dessous.

	été sec (0,4)	été humide (0,6)
blé	30	70
tournesol	60	40
moitié blé, moitié tournesol	45	55

1. Calculer le revenu espéré et l'écart-type de chaque choix. Que choisit une agricultrice neutre au risque ?
2. Avec $u(W) = \sqrt{W}$ (W en milliers d'euros), calculer l'utilité espérée de chaque choix. Que choisit-elle ?
3. Un service météo propose une prévision parfaite de l'été. Quel revenu espéré obtient une agricultrice neutre au risque qui l'achète ? Quelle est la valeur de l'information complète ?
4. Pourquoi l'information est-elle une façon de réduire le risque, au même titre que la diversification et l'assurance ?

Exercice 5. La mutuelle des téléphones

Les étudiants d'une résidence créent une mutuelle. Chaque téléphone est cassé dans l'année avec probabilité 0,1, de façon indépendante, et sa réparation coûte 300 €. Les N membres se partagent le coût total à parts égales.

1. Calculer l'espérance et l'écart-type du coût pour un étudiant seul.
2. Pour N membres, montrer que le coût par membre vaut $300k/N$, où k est le nombre de téléphones cassés, et donner son espérance et son écart-type.
3. En Python ou en R, calculer exactement, avec la loi binomiale du nombre k , la moyenne, l'écart-type et la probabilité que le coût par membre dépasse 45 € puis 60 €, pour $N = 1, 10, 100$ et 1 000. On pourra utiliser `scipy.stats.binom` en Python et `dbinom` en R.
4. Pourquoi la probabilité de dépasser 45 € est-elle plus grande pour $N = 10$ que pour $N = 1$?
5. Un incendie peut toucher toute la résidence, si bien que les casses sont corrélées, avec $r = 0,1$. Que devient l'écart-type du coût par membre pour $N = 100$ et $N = 1\,000$? Conclure.