CY Cergy Paris Université
Licence Économie et Finance

Microéconomie 4
Cahier d'exercices[1]

Licence 2, Semestre 4
Année 2023-2024

CM: Marius Ochea, marius.ochea@cyu.fr
TD: Vil Anderson, anderson.vil@cyu.fr

Bibliographie

- R. Pindyck, D. Rubinfeld. Microéconomie. Pearson
- H.R. Varian. Introduction à la microéconomie. De Boeck
- T.C. Bergstrom, H.R. Varian. Exercices de microéconomie. De Boeck.

[1] Les exercices sans (*) doivent être corrigés d'une manière prioritaire, les exercices avec (*) ne seront corrigés que si le temps le permet.

TD 1 : Équilibre Général et Optimum de Pareto

Exercice 1: Secteurs productifs et salaires.

On considère une ville ayant deux principaux secteurs d'activité : les services financiers et la fabrication d'équipements électroniques. Des restrictions de concurrence sur le marché des services financiers engendrent un développement de ce secteur dans la ville, en particulier en termes d'emploi.

1. Quel est l'effet de la hausse des emplois sur les salaires dans la ville ?
2. Quel est l'effet sur le prix des logements dans la ville ?
3. Quel est l'effet sur le secteur de l'équipement électronique et sur l'emploi dans ce secteur?

Exercice 2: Fraise et chantilly.

Les fraises et la chantilly sont souvent servies ensemble. Supposons que des bactéries génétiquement modifiées aident à protéger les fraises contre les dommages du gel. De ce fait, la récolte augmente.

1. Comment une analyse en équilibre partiel prévoit-elle la variation du prix des fraises ?
2. Comment une analyse en équilibre général la prévoit-elle ?
3. Comparer les deux variations prévues.

Exercice 3: L'or et l'argent.

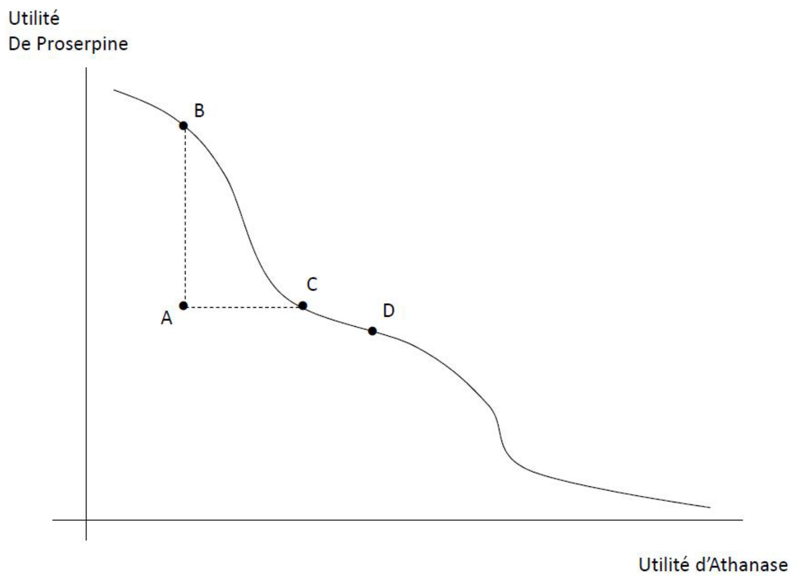
Soit deux biens, l'or et l'argent, substituables. Supposons qu'à court terme, l'offre de chacun est fixe ($Q_O = 75$ et $Q_A = 300$) et que la demande inverse soit donnée par les équations suivantes :

$$P_O = 975 - Q_O + 0.5P_A, \qquad P_A = 600 - Q_A + 0.5P_O$$

1. Quels sont les prix d'équilibre de l'or et de l'argent ?
2. Que se passe-t-il si la découverte d'un nouveau filon double la quantité d'or offerte ($Q_O = 150$) ?

Exercice 4: Amélioration au sens de Pareto.

Soit la frontière des utilités possibles suivante entre Athanase et Proserpine. Cette frontière indique l'utilité maximale que l'un peut obtenir, sachant les ressources limitées et le niveau de l'utilité de l'autre.



1. Le passage de A à B est-il une amélioration au sens de Pareto ?
2. Le passage de A à C est-il une amélioration au sens de Pareto ?
3. Le passage de A à D est-il une amélioration au sens de Pareto ?

Exercice 5: Economie d'échange 1

Marguerite (M) et Romuald (R) sont les deux individus d'une économie d'échange pur dont les seuls biens sont le pain et le lait. Les dotations intiales sont $W_M = (5;5)$ et $W_R = (5;5)$. On suppose que les fonctions d'utilité sont de la forme

$$U_M = (x_M^1 x_M^2)^2 + 2x_M^1 x_M^2, \qquad U_R = (x_R^1)^{\frac{3}{4}}(x_R^2)^{\frac{1}{4}}$$

1. Calculer le taux marginal de substitution de Marguerite. Dessinez une courbe d'indifférence de Marguerite dans le plan (x_M^1, x_M^2).

2. Calculer le taux marginal de substitution de Romuald. Dessinez une de ses courbes d'indifférence dans le plan (x_R^1, x_R^2).

3. Dans la boîte d'Edgeworth, représenter la zone des échanges mutuellement bénéfiques et l'ensemble des optima de Pareto.

Exercice 6: Economie d'échange 2

Soit une économie d'échange pur avec deux individus, Schérazade et Chahriyar, et deux biens, des histoires et les jours (nuits) de la vie. La dotation de Schérézade consiste en 500 histoires et une nuit d'espérance de vie, alors que la dotation de Chahriyar comprend 0 histoire et 2000 nuits d'espérance de vie. Le bonheur de Chahriyar est liéà une répartition précise de la quantité d'histoires par nuit de vie espérée, selon la fonction d'utilité suivante: $U_C = \min\{$Nombre d'histoires; $\frac{\text{Nombre de nuits}}{2}\}$, une fonction non décroissante de ses arguments. Schérazade veut survivre mais ne peut pas vivre sans histoire. Son bonheur peut être mesuré par la fonction d'utilité $U_S =$(Nombre d'histoires)$*$(Nombre de nuits).

1. Dessiner une boîte d'Edgeworth et placer l'allocation de dotations initiales. Faire une esquisse de quelques courbes d'indifférence. En particulier, tracer les courbes d'indifférence passant par l'allocation de dotations intiales.

2. Hachurer l'aire représentant les allocations mutuellement avantageuses. Rappeler la définition d'une allocation Pareto-efficace.

3. Appliquer cette notion au cas de Schérazade et Chahriyar. Déterminer et tracer dans la boîte, le lieu des allocations efficaces au sens de Pareto.

Exercice 7 : Economie d'échange 3

On considère une économie d'échanges à deux biens et deux consommateurs. Le consommateur 1 a pour fonction d'utilité :

$$U^1 = \frac{1}{3}Log x_1^1 + \frac{2}{3}Log x_2^1,$$

et le consommateur 2 :

$$U^2 = \frac{1}{2}Log x_1^2 + \frac{1}{2}Log x_2^2,$$

où x_h^i désigne la consommation de bien h de l'individu i,avec $h = 1,2$ et $i = 1,2$. Une unité de chacun des biens est disponible dans l'économie.

1. Déterminez l'équation de la courbe des contrats. On écrira cette équation sous la forme $x_2^1 = f(x_1^1)$. Représentez cette courbe dans le diagramme d'Edgeworth.

2. On suppose que les ressources en biens 1 et 2 sont également partagées entre les consommateurs. Déterminez le rapport q du prix du bien 2 au prix du bien 1 ainsi que les quantités

consommées par chaque individu au point d'équilibre des marchés. Vérifiez que cet équilibre est un optimum de Pareto et représentez-le graphiquement.

Exercice 8 : Economie d'échange 4

Soit une économie d'échanges comprenant deux consommateurs et deux biens. Les préférences des consommateurs sont représentées par les fonctions d'utilité suivantes :

$$U^1 = x_1^1 + Logx_2^1$$
$$U^2 = x_1^2 + 2Logx_2^2,$$

où x_h^i désigne la consommation de bien h de l'individu i, avec $h = 1, 2$ et $i = 1, 2$. 5 unités de bien 1 et 3 unités de bien 2 sont disponibles comme ressources initiales totales.

1. Déterminez l'ensemble des optima de Pareto vérifiant $x_h^i > 0$ pour $h = 1, 2$ et $i = 1, 2$.

2. Montrez que tout optimum de Pareto $(\bar{x}_1^1, \bar{x}_2^1, \bar{x}_1^2, \bar{x}_2^2)$ vérifiant $\bar{x}_h^i > 0$ pour $h = 1, 2$ et $i = 1, 2$ est un équilibre de marché associé à un vecteur de prix et à une distribution des revenus. On posera que le prix du bien 1 est égal à 1 et on notera q le prix du bien 2 et R^1, R^2 les revenus des consommateurs. Déterminez l'optimum de Pareto associé à une distribution égalitaire des revenue ($R^1 = R^2$) et représentez-le graphiquement dans le diagramme d'Edgeworth.

3. L'individu 1 possède 4 unités de bien 1 et 2 unités de bien 2 et l'individu 2 ne possède qu'une unité de chaque bien. Quels transferts de revenus de l'individu 1 à l'individu 2 conduisent à l'équilibre égalitaire de la question 2 ?

Exercice 9: Riches et pauvres, Rawls et Bentham.

Considérons un pays où la moitié de la population est identiquement riche et l'autre moitié identiquement pauvre. Le PIB s'établit à 800 milliards de piastres et la populationà 200 millions. Les habitants ont tous la même fonction d'utilité, fonction du revenu (Tableau 1).

Revenu	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000
Utilité	0	11	21	30	38	45	48	50	51
Util. marginale									

Tableau 1. Fonction d'utilité d'un habitant

1. Représenter graphiquement la fonction d'utilité. Compléter la ligne du tableau concernant l'utilité marginale, et représenter graphiquement l'utilité marginale en fonction du revenu.

2. Adopter le critère utilitariste, établissant que le bien-être social est la somme des utilités individuelles. Déterminer le niveau de bien-être social atteint lorsque les individus de la moitié pauvre de la population reçoivent chacun 0, 1000, 2000, 3000 ou 4000

piastres (la moitié riche reçoit la partie complémentaire du PIB). Quelle allocation maximise le bien-être social ? Expliquer quel est le rôle joué par l'utilité marginale dans la détermination du résultat.

3. Adopter maintenant l'approche Rawlsienne, selon laquelle le bien-être social correspond au niveau d'utilité de l'individu le plus défavorisé. En procédant comme dans la question précédente, déterminer le niveau de bien-être social atteint pour chaque allocation réalisable du revenu. Quelle allocation maximise le bien-être social ?

4. Représenter l'ensemble des combinaisons d'utilités possibles. Sur ce même graphique, illustrer les allocations choisies en utilisant les deux approches des questions précédentes, en dessinant une courbe d'indifférence sociale dans chaque cas. Commenter.

5. Supposons que l'allocation initiale attribue 600 milliards de piastres aux riches et 200 milliards aux pauvres. La technologie utilisée pour redistribuer est peu efficace, car pour transférer 100 milliards de piastres aux pauvres, il faut en prélever 200 milliards aux riches (et ainsi

de suite : 400 pour 200, 600 pour 300,...). Représentez l'ensemble des combinaisons d'utilités possibles. Quelle allocation maximise le bien-être social selon le critère utilitariste? Laquelle est choisie par le critère de Rawls ?

Exercice 10 : Economie d'échange avec production 1

On considère une économie d'échange et de production comprenant deux biens de consommation X et Y, un facteur de production L, deux consommateurs A et B et deux entreprises 1 et 2. L'entreprise 1 produit le bien X à partir du facteur L et l'entreprise 2 produit le bien Y à partir du facteur L. On note :

- X_i la quantité du bien X consommée par $i = A, B$.
- Y_i la quantité du bien Y consommée par $i = A, B$.
- L_j la quantité de L consommée par $j = 1, 2$.
- x_1 la quantité de bien X produite par l'entreprise 1.
- y_2 la quantité de bien Y produite par l'entreprise 2.
- $U_A = \sqrt{X_A} + Y_A$ l'utilité de A.
- $U_B = \sqrt{X_B Y_B}$ l'utilité de B.
- $x_1 = F_1(L_1) = 2\sqrt{L_1}$ la fonction de production de 1.
- $y_2 = F_2(L_2) = L_2$ la fonction de production de 2.
- p_X le prix de X.
- p_Y le prix de Y.
- w le prix de L.

On suppose que A est propriétaire de l'entreprise 1 et que B est propriétaire de l'entreprise 2. Chaque consommateur dispose de 4 unités de L. Les entreprises ne disposent pas initialement de stock de L. On suppose que tous les marchés sont concurrentiels. On cherche à déterminer un EGC.

1. Déterminer la fonction de demande totale pour chaque bien X et Y.
2. Spécifier la fonction d'offre totale pour le bien X.
3. Montrer que l'offre de Y est définie si et seulement si $p_y \leq w$. En déduire que le marché de Y ne peut être équilibré que si $p_Y = w$.
4. Calculer les revenus R^A et R^B des consommateurs A et B.
5. On pose $p_X = 1$. Écrire la condition d'égalité entre l'offre et la demande totales sur chacun des marchés. Existe-t-il un EGC pour cette économie ?
6. On suppose maintenant que $U_A(X_A, Y_A) = \sqrt{X_A Y_A}$ et que $p_X = 1$. Montrer que $(p_X, p_Y, w) = (1, \sqrt{\frac{3}{8}}, \sqrt{\frac{3}{8}})$ est un vecteur de prix d'EGC.
7. Rappeler la définition d'un optimum de Pareto et vérifier que l'allocation associée à l'équilibre concurrentiel précédent est optimale au sens de Pareto.

Exercice 11 : Economie d'échange avec production 2*

Considérons une économie comprenant deux consommateurs ($i = 1, 2$), deux biens de consommations ($h = 1, 2$), un facteur de production (le travail) et deux entreprises ($j = 1, 2$). Nous notons x_h^i la consommation du bien h par l'individu i. Les préférences des consomateurs sont représentées par des fonctions d'utilité :

$$U^i(x_1^i, x_2^i) = \sqrt{x_1^i x_2^i}\ ,\ x_1^i \geq 0, x_2^i \geq 0.$$

Chaque consommateur i offre une quantité fixée de travail, égale à une unité pour $i = 1$ et à deux unités pour $i = 2$.

L'entreprise $j = 1$ produit le bien de consommation $h = 1$ à l'aide de travail, avec une technologie à rendements d'échelle constants représentée par la fonction de production :

$$y_1 = l_1,$$

où y_1 et l_1 représentent respectivement la production de l'entreprise 1 et la quantité de travail que celle-ci utilise.

L'entreprise $j = 2$ produit le bien de consommation $h = 2$ également avec du travail, en disposant d'une technologie à rendements constants ; on suppose :

$$y_2 = \frac{1}{2} l_2,$$

où y_2 et l_2 représentent respectivement la production de l'entreprise 2 et la quantité de travail utilisée.

On appelle *état de l'économie* un vecteur $(x_1^1, x_2^1, x_1^2, x_2^2, y_1, l_1, y_2, l_2)$ qui résume le comportement des consommateurs et des entreprises.

1. Caractérisez les états d'économie *réalisables* (qui vérifient les contraintes emplois-ressources ainsi que les conditions techniques définies par les fonctions de production).

2. Déterminez l'optimum de Pareto qui est le plus avantageux pour le consommateur 1 et celui qui est le plus avantageux pour le consommateur 2. On notera respectivement u_*^1 et u_*^2 les utilités maximales des consommateurs 1 et 2.

3. Soit u^1 un niveau du consommateur 1, compris entre 0 et u_*^1. Déterminez l'optimum de Pareto qui attribue ce niveau d'utilité au consommateur 1. En déduire la relation entre les niveau d'utilité des deux consommateurs, u_1 et u_2, pour l'ensemble de optima Pareto.

4. On note respectivement p_1 et p_2 les prix des biens de consommation 1 et 2 et on suppose que le prix du facteur travail w est égal a 1. Montrez qu'à l'équilibre général des marchés, on a nécessairement $p_1 = 1$ et $p_2 = 2$. Déterminez l'état de l'économie qui correspond à cet équilibre général. Vérifiez que c'est un optimum de Pareto.

TD 2 : Externalités

Exercice 1 : Commentaire

Commenter la phrase suivante : "Il n'y a aucun besoin d'intervention de l'Etat en présence d'externalité positive parce que personne ne subit de nuisances."

Exercice 2 : Ruche et verger

Un producteur de miel est installé à proximité d'un verger exploité pour ses pommes. Le producteur de miel et le producteur de pommes agissent en tant que firmes concurrentielles.

La fonction de coût du producteur de pommes est $C_P(p) = \frac{p^2}{100} - m$. La fonction de coût du producteur de miel est $C_M(m) = \frac{m^2}{100}$. Les quantités m et p représentent les niveaux de production de miel et de pommes. Les prix de vente du miel et des pommes sont $p_M = 2$ et $p_P = 3$.

1. Calculer les quantités d'équilibre sur les deux marchés, lorsque les deux firmes agissent de façon non concertée.

2. Supposons que les deux firmes fusionnent, calculer alors les quantités d'équilibre sur les deux marchés.

3. Quelle est la production de miel socialement optimale ? Pourquoi ?

4. On suppose maintenant que les deux producteurs restent indépendants. On propose de subventionner la production de miel par un mécanisme de subvention unitaire de montant s. Quelle est la valeur de s qui permet de restaurer l'optimum social?

Exercice 3 : Pollution de production

Une entreprise produit des batteries au coût marginal privé constant de 4 euros. La demande du marché de ce produit est donnée par l'équation : $P = 22 - Q$.

1. Quel est le niveau de production de l'entreprise en concurrence pure et parfaite ?

2. Quels sont les surplus du consommateur et du producteur ?

3. Dans la suite de l'exercice, on suppose que cette activité génère de la pollution atmosphérique. Ses coûts environnementaux sont représentés par la fonction de coût marginal externe $C_{me} = 0.2 * Q$. En termes d'efficience, combien de batteries doivent être produites?

4. L'agence de protection de l'environnement exige que cette entreprise adopte une nouvelle technologie de production moins polluante, qui augmente le coût marginal de production à $C_m = 10$ euros. Quel est le niveau de production dans ce cas ?

5. Quels sont les surplus du consommateur et du producteur avec la nouvelle technologie ?

6. Cette législation améliore-t-elle la situation ?

7. Illustrer graphiquement les réponses aux questions précédentes.

Exercice 4 : L'aéroport et le promoteur immobilier.

Un aéroport est situé à côté d'un terrain que vient d'acquérir un promoteur immobilier. Celui-ci voudrait construire des maisons sur ce terrain, mais le passage des avions réduit la valeur de ces maisons. Avec X le nombre d'avions qui passent chaque jour par l'aéroport et Y le nombre de maisons que le promoteur construit, la fonction de profit du propriétaire de l'aéroport A est $\Pi_A = 48X - X^2$ tandis que celle du promoteur immobilier I est $\Pi_I = 60Y - Y^2 - XY$. Considérons différents scénarios.

1. A et I ne sont tout simplement pas en contact. Déterminer le nombre d'avions que A fera voler, le nombre de maisons que I fera donc construire, et la somme totale des profits qu'ils retireront de leurs activités respectives.

2. A perd le droit de faire passer aucun avion par son aéroport. Déterminer le nombre de maisons que I fera construire, et les profits qu'il en retirera.

3. Aregagne le droit de faire passer des avions par son aéroport, mais il est obligé de dédommager I de l'impact négatif de son activité sur la valeur de ses maisons. Leurs fonctions de profits respectives deviennent ainsi $\Pi_A = 48X - X^2 - XY$ et $\Pi_I = 60Y - Y^2$. Déterminer le nombres de maison que I fera construire, le nombre d'avions que A fera donc voler, et la somme totale des profits qu'ils retireront de leurs activités respectives.

4. I rachète à A son aéroport. Déterminer le nombre d'avions et le nombre de maisons qui maximiseront alors son profit, et la somme totale des profits qu'il retirera ainsi de ces deux activités. Comparer à vos réponses aux questions précédentes et commenter.

Exercice 5 : El Carburator

À El Carburator au Mexique vivent 1001 habitants. Il n'y a pas grand-chose à faire à El Carburator à part tourner en voiture autour de la ville. Bien que chacun aime conduire, les citadins se plaignent tous des embouteillages, du bruit et de la pollution causés par le trafic. Tous les citoyens ont la même fonction d'utilité définie par $U(b, c, t) = b + 16c - c^2 - 6t/1000$ où b est la consommation journalière du citadin en tacos, c est le nombre d'heures par jour que ce citoyen conduit et t est le nombre total d'heures de conduite (par jour) effectuées par tous les autres conducteurs de El Carburator. Le prix d'un tacos est de 1 peso. Chaque personne à El Carburator dispose d'un revenu de 40 pesos par jour. Pour garder les calculs assez simple supposons que conduire une voiture ne coûte rien.

1. Si un individu pense que la durée de sa conduite n'affecte pas la durée conduite par les autres habitants, combien d'heures par jour choisit-il de conduire ?

2. Si tout le monde choisit sa durée c préférée, quelle est la durée totale t de conduite des autres personnes ?

3. Quel est le niveau d'utilité de chaque individu ?

4. Si chacun conduit 6 heures par jour, quel est le niveau d'utilité d'un citadin de El Carburator ?

5 Supposons que les citadins décident de faire passer une loi qui réduise le nombre d'heures total que chacun peut conduire. Combien d'heures chaque personne est-elle autorisée à conduire quotidiennement si l'objectif recherché par la restriction est de maximiser l'utilité d'un citadin ?

6. Le même objectif pourrait être atteint en imposant une taxe sur chaque heure de conduite. À combien devrait s'élever cette taxe ?

Exercice 6: Les instruments de régulation de la pollution

Soient deux pollueurs émettant une même substance polluante mais présentant des coûts de réduction de contrôle de la pollution (que l'on appelle coûts d'*abattement*) différents. Soit h_i le niveau de pollution émise par le pollueur i, $i = 1, 2$.

Le pollueur 1 a un coût marginal d'abattement $C^a_{m1}(h) = \frac{1}{2}(20 - h)$. Le pollueur 2 a un coût marginal d'abattement $C^a_{m2}(h) = 2(20 - h)$.

Chaque pollueur émet initialement 20 unités de pollution. Le niveau socialement optimal *total* de pollution est supposé égal $h^* = h_1 + h_2 = 20$. Nous allons comparer divers instruments de correction de la pollution (taxe, norme, et permis d'émission négociables) à la disposition d'un régulateur environnemental.

1. Représentez les courbes $C^a_{m1}(h)$ et $C^a_{m2}(h)$ sur un même graphique avec le niveau de pollution en abscisse et les coûts en ordonnée.

2. Une taxe t est appliquée sur chaque unité de pollution des firmes.

(a) Comment les deux pollueurs vont-ils faire leur choix de pollution ? Déterminez h^t_1 et h^t_2 (exposant t pour taxe).

(b) Quel est le niveau optimal t^* de la taxe ?

(c) Quels sont les coûts totaux d'abattement respectifs CT^t_1 et CT^t_2 pour les pollueurs 1 et 2 lorsque la taxe t^* leur est appliquée ? Quel est le coût d'abattement total CT^t_{total} ?

(d) Représentez graphiquement les coûts totaux d'abattement de chaque firme lorsque l'instrument de régulation est la taxe t^*.

3. Une norme uniforme de pollution $\bar{h}_i = \bar{h}$ est imposée aux firmes.

(a) Quelle valeur doit prendre $\bar{h}$ pour atteindre le niveau socialement optimal de pollution?

(b) Quels sont les coûts de conformité à cette norme CT_1^n pour le pollueur 1 et CT_2^n pour le pollueur 2 (exposant n pour norme) ? Quel est le coût total CT_{total}^n de conformité à la norme uniforme ?

(c) Montrez graphiquement l'inefficacité de l'imposition d'une norme uniforme par rapport à l'utilisation de la taxe uniforme t^*.

(d) Dans quelles circonstances la norme est-elle préférable à la taxe?

4. Le régulateur environnemental met en place un marché de droits à polluer. Il attribue des droits à polluer (ou permis d'émission négociables) de manière uniforme aux deux firmes : $\tilde{h}_1 = 10$ et $\tilde{h}_2 = 10$. Les deux firmes se comportent d'une manière concurrentielle sur ce marché.

(a) A quel prix les droits à polluer vont-ils être échangés ?

(b) Quels sont les bénéfices nets BN_1 et BN_2 cette opération respectivement pour la firme 1 et pour la firme 2 ?

(c) Montrez que cette attribution uniforme de droits à polluer est préférable à l'imposition uniforme d'une norme.

Exercice 7 : Marché de permis d'émission*

Soit une économie avec deux types d'entreprises appartenant à un même secteur d'activité, appelées respectivement entreprises de type 1 et entreprises de type 2. Dans une situation initiale, toutes les entreprises, quel que soit leur type, opèrent en émettant dans l'atmosphère une quantité d'un certain gaz polluant, notée $\hat{q}$. Cette situation initiale reflète la manière dont les entreprises fonctionnaient avant que les pouvoirs publics ne décident de mettre en place une politique de lutte contre la pollution. Il y a dans l'économie n entreprises de chaque type, de sorte que la situation initiale est caractérisée par une émission globale de pollution $\hat{Q} = 2n\hat{q}$.

Si une entreprise de type j, avec $j = 1$ ou 2, réduit sa pollution d'un montant k_j, elle subit des coûts supplémentaires égaux à $c_j k_j^2$, où c_j est un paramètre positif. On suppose que $c_2 > c_1$. k_j est applé l'abattement d'une entreprise de type j. L'abattement total est alors égal à $K = n(k_1 + k_2)$ et la pollution globale résiduelle est $Q = \hat{Q} - K$.

La réduction de pollution représente un gain en bien-être pour les individus qui vivent dans cette économie. On note :

$$B(K) = -K^2 + 2\hat{Q}K$$

l'évaluation monétaire de ce gain en bien-être lorsque l'abattement total de pollution est K avec $0 \leq K \leq \hat{Q}$. Cette expression décrit la relation croissante qui définit le gain en bien-être des habitants en fonction de K, en considérant $\hat{Q}$ comme un paramètre donné.

1. On prend comme critère d'évaluation du bine-être collectif (appelé ci-dessous surplus collectif) la différence entre l'évaluation monetaire du gain en bien-être des habitants et la somme des côuts d'abattements pour les entreprises. Le surplus collectif s'écrit donc:

$$B(n(k_1 + k_2)) - n[c_1 k_1^2 + c_2 k_2^2]$$

Calculez les abattements de chaque type d'entreprise qui maximisent le surplus collectif. Ces abattement seront notés respectivement k_1^* et k_2^* pour les entreprises de type 1 et de type 2. En déduire l'abattement global optimal $K^* = n(k_1^* + k_2^*)$. Comparez k_1^* et k_2^*.

2. Les pouvoirs publics savent que l'économie comprend n entreprises de chaque type, mais ils ne sont pas en mesure d'identifier le type de chaque entreprise. Ils ne peuvent donc pas imposer des niveaux d'abattements individualisés k_1^* aux entreprises de type 1 et k_2^* aux entreprises de

type 2. Calculez la réduction de surplus collectif qui résulte de cette non-différentiation des niveaux d'abattement. Dans quel cas cette réduction de surplus collectif disparaît-elle?

3. Au lieu de mettre en place un abattement uniforme, les pouvoirs publics décident de créer un marché de permis d'emission. Sur ce marché, l'offre est exprimée par un office de régulation de la pollution qui représente les intérêts des habitants. Cet office leur redistribue les revenus de ses ventes. Si les entreprises veulent émettre (par unité de temps) une quantité de pollution globale Q, elles doivent acquérir Q permis d'emission (chaque permis donnant la possibilité d'émettre une unité de polluant). On note π le prix des permis. Le gain net des habitants est donc la somme de la valeur des permis vendus et de la valeur monétaire du gain en bien-être obtenu grâce à la réduction de polllution, c'est-à-dire:

$$\pi Q - B(K) = \pi Q - B(\hat{Q} - Q)$$

Chaque entreprise détermine sa demande de permis en minimisant son côut total obtenu comme somme de la valeur des permis d'émission achetés et des coûts d'abattement. Si une entreprise de type j choisit d'acquérir q_j permis, elle devra réaliser un niveau d"abattement $k_j = \hat{q} - q_j$ et elle supportera dont un côut d'abattement $c_j(\hat{q} - q_j)^2$. Le côut total d'une entreprise de type j s'écrit donc:

$$\pi q_j + c_j(\hat{q} - q_j)^2$$

3.1. Calculez la fonction d'offre de permis d'émission $Q^s(\pi)$, c'est-a-dire l'offre de permis de l'office de régulation de la pollution en fonction du prix des permis.

3.2. Calculez la fonction de demande de permis d'une entreprise de type j, notée $q_j^d(\pi)$ et en déduire la fonction de demande totale de permis $Q^d(\pi)$ provenant de l'ensemble des entreprises.

3.3. Représentez ces fonctions $Q^s(\pi)$ et $Q^d(\pi)$ sur un même graphique et calculez le prix d'équilibre du marché des droits à polluer, noté π^*.

3.4. Calculez les niveau d'abattement réalisés par chaque type d'entreprise à l'équilibre du marché des permis. Commentez les résultat obtenu.

Exercice 8 : Externalités de production*

Nous considérons deux fermes. La ferme 1 produit du miel ; la ferme 2 produit des pommes. Les deux fermes agissent en tant que firmes concurrentielles.

Pour produire du miel, il existe deux technologies. La technologie t_1 consiste à faire 1 kilo de miel à partir d'1 litre de sirop de sucre de canne et en fournissant 1 unité de travail. La technologie t_2, ancestrale, consiste à entretenir des abeilles et à travailler aussi un peu : 1 kilo de miel est obtenu avec a abeilles et k unités de travail. Quelle que soit la technologie, la ferme 1 ne peut produire plus que M kilos de miel.

La seconde ferme produit des pommes à base de travail (1 unité par kilo), tout en sachant que b abeilles font gratuitement une unité de travail. Elle ne pourra produire plus que P kilos de pommes.

On note p_a le prix d'entretien par abeille, p_s le prix du litre du sirop de sucre, w le salaire par unité de travail, p_m le prix du kilo de miel et p_p le prix kilo de pommes.

1. Explorant tous les cas de figure possibles, calculer les productions et les profits des fermes 1 et 2.

2. Supposons que $p_s + w < ap_a + kw < p_m$ et $w < p$. A quelles conditions le marché est-il efficace ? Expliquer intuitivement pourquoi il est ou n'est pas efficace.

3. Supposons que les conditions pour l'inefficacité soient remplies. Combien le fermier 2 serait-il prêt à payer au fermier 1 pour qu'il utilise des abeilles ? Que peut faire l'Etat au niveau fiscal ?

TD 3 : Biens Publics

Exercice 1 : Les biens publics et les autres.

Dans le plan (facilité de l'exclusion, degré de rivalité), indiquer où se situent les biens et services ci-dessous.

1. L'assurance-vieillesse
2. Une campagne de vaccination
3. La télévision câblée
4. Une autoroute à péage
5. Un chemin de randonnée
6. La recherche fondamentale
7. La recherche appliquée
8. La Camargue
9. La base de loisir de Cergy-Pontoise
10. L' électricité
11. La police de proximité

Exercice 2 : Les colocataires 1

Patrick et André sont colocataires. Ils envisagent d'acheter un canapé pour leur salon. La fonction d'utilité de Patrick est $U_P(C, M_P) = (1 + C)M_P$, la fonction d'utilité d'André est $U_A(C, M_A) = (2 + C)M_A$, avec M_P et M_A la somme d'argent que Patrick et André consacrent à leur consommation de biens privés, et $C \in \{0, 1\}$ suivant qu'ils achètent ou n'achètent pas le canapé. Patrick a une richesse totale de W_P et André une richesse totale de W_A.

1. Exprimez la disposition à payer de Patrick et d'André pour le canapé en fonction de leur richesse totale respective.

2. Si $W_P = 100$ et $W_A = 75$, jusqu'à quel prix l'achat d'un canapé constituerait-il pour Patrick et André une amélioration au sens de Pareto ?

3. Toujours sous les mêmes hypothèses, quel raisonnement André pourrait-il tenir si le prix de vente du canapé était de 50 euros exactement?

Exercice 3 : Les colocataires 2

Lucie et Michel partagent un appartement. Ils dépensent une partie de leurs revenus en biens privés comme la nourriture et les vêtements qu'ils consomment séparément et une autre partie de leurs revenus en biens publics comme le réfrigérateur, le chauffage, et le loyer, qu'ils partagent. La fonction d'utilité de Lucie est de $2X_L + G$ et la fonction d'utilité de Michel est de $X_M G$ où X_L et X_M sont les sommes d'argent dépensées en biens privés pour Lucie et pour Michel et où G est la somme d'argent dépensée en biens publics. Lucie et Michel ont un total de 8000 euros par an à dépenser en biens privés pour chacun d'entre eux et en biens publics.

1. Quelle est la valeur absolue du taux marginal de substitution entre biens privés et publics pour Lucie ? Quelle est cette valeur pour Michel ?

2. Ecrivez une équation qui permette de calculer la quantité Pareto optimale de biens publics.

3. Supposons que Michel et Lucie dépensent chacun 2000 euros en biens privés et qu'ils dépensent les 4000 euros restant en biens publics. Est-ce que ce résultat est Pareto-optimal ?

4. Donnez un exemple d'un autre résultat Pareto optimal dans lequel Michel reçoit plus de 2000 euros et Lucie reçoit moins de 2000 euros pour leurs consommations de biens privés.

5. Donnez un exemple d'un autre optimum au sens de Pareto dans lequel Lucie reçoit plus de 2000 euros.

6. Dans les optima de Pareto qui traitent Lucie mieux et Michel moins bien, y a-t-il plus, moins ou la même quantité de biens publics que l'optimum de Pareto qui les traite de la même manière ?

7. Quelle quantité de biens publics resulterait d'un équilibre de marché sans coordination ?

Exercice 4 : Bonnie et Clyde

Bonnie et Clyde sont des collègues de travail. Quand ils travaillent, ils doivent le faire ensemble. Leur seule source de revenu est le profit tiré de leur partenariat. Leurs profits totaux par an sont de $50H$ où H est le nombre d'heures qu'ils travaillent au cours d'une année. Puisqu'ils doivent travailler ensemble, ils doivent tous les deux travailler le même nombre d'heures, et la variables "heures de travail" est comme un "mal" public pour la communautée constituée par Clyde et Bonnie. La fonction d'utilité de Bonnie est $U_B(C_B, H) = C_B - 0.02H^2$ et la fonction d'utilité de Clyde est $U_C(C_C, H) = C_C - 0.005H^2$ où C_B et C_C sont les quantités annuelles d'argent dépensées pour la consommation de Bonnie et Clyde respectivement et où H est le nombre total d'heures de travail.

1. Si le nombre d'heures qu'ils travaillent tous les deux est H, quel est le rapport pour Bonnie entre l'utilité marginale des heures de travail et l'utilité marginale des biens privés ? Quel est ce rapport pour Clyde ?

2. Si Bonnie et Clyde travaillent tous les deux H heures, la quantité totale d'argent nécessaire pour compenser toute heure supplémentaire qu'ils auraient à travailler est la somme de ce qui est nécessaire pour compenser Bonnie et de ce qui est nécessaire pour compenser Clyde. Cette quantité est approximativement égale à la somme des valeurs absolues de leurs taux marginaux de substitution entre le travail et l'argent. Ecrivez une expression pour cette quantité en fonction de H. Combien d'argent gagneront-ils en plus s'ils travaillent une heure de plus ?

3. Ecrivez une équation dont la résolution permet de calculer le nombre Pareto optimal d'heures de travail de Bonnie et Clyde. Trouvez cette quantité H Pareto optimale. (Indication : Remarquez que ce modèle est formellement le même qu'un modèle avec un bien public H et un bien privé, le revenu.)

Exercice 5 : Plourin

La population de Plourin est de 1000 personnes. Les citoyens de Plourin consomment seulement un bien privé, le chouchen. Il y a un bien public, la patinoire de la ville. Bien qu'ils puissent se distinguer sur d'autres aspects, les habitants ont la même fonction d'utilité. Cette fonction est de $U_i(X_i, G) = X_i - 100/G$ où X_i est le nombre de bouteilles de chouchen consommées par chaque citoyen i et G est la taille de la patinoire mesurée en mètres carrés. Le prix du chouchen est de 1 euro par bouteille et le prix de la patinoire est de 10 euros par mètre carré. Chaque habitant de Plourin a un revenu de 1000 euros par an.

1. Ecrivez une expression pour la valeur absolue du taux marginal de substitution entre la patinoire et le chouchen pour un citoyen typique. Quel est le coût marginal d'un métre carré de patinoire (mesuré en quantité de chouchen) ?

2. Ecrivez une équation dont la résolution permet de calculer la quantité Pareto optimale de G. Trouvez cette quantité Pareto optimale.

3. Supposez que chacun en ville paye une part égale du coût de la patinoire. Les dépenses totales de la ville pour la patinoire seront de $10G$ euros. La taxe payée par chaque individu pour contribuer à la patinoire sera de $10G/1000 = G/100$ euros. Chaque année, les citoyens de Plourin doivent voter pour exprimer leur opinion sur la taille que devrait avoir la patinoire. Les citoyens réalisent qu'ils devront payer leur part dans le coût de la patinoire. Ecrivez la contrainte de budget d'un électeur lorsque la taille de la patinoire est de G.

4. Afin de choisir la taille de la patinoire pour laquelle voter, un électeur recherche simplement la combinaison de X_i et G qui maximise son utilité sous contrainte de son propre budget

et il vote pour la quantité de G qu'il trouve optimale. Quelle est cette quantité G dans notre exemple ?

5. Si la ville offre une patinoire dont la taille est égale à celle demandée par les électeurs, sera-t-elle plus large, plus petite ou de la même taille que la taille Pareto optimale de la patinoire ?

6. Quelle serait la taille de la patinoire si aucun mécanisme de coordination n'était mis en place ?

Exercice 6 : Optimalité de Pareto dans une économie avec biens publics

On considère une économie comprenant deux consommateurs dont les préférences sont représentables par les fonctions d'utilité suivantes :

$$U_1(x, M_1) = 2\log x + \log M_1,$$
$$U_2(x, M_2) = \log x + 2\log M_2,$$

x désignant la quantité d'un bien public pur produit dans l'économie et M_1, M_2 représentant la valeur des consommations de biens privés de chaque individu, avec $x > 0, M_1 > 0, M_2 > 0$.

La production de x unités de bien public entraîne un coût total $CT = x$. Par ailleurs, chaque consommateur dispose d'un revenu égal à 15. Chaque consommateur i contribue au financement de la production du bien public pour un montant t_i. Il affecte le reliquat à la consommation de biens privés. On a donc $M_i = 15 - t_i$, pour $i = 1, 2$.

Un vecteur (x, M_1, M_2) définit une *allocation*, c'est-à-dire une manière de répartir les richesses de l'économie entre la production de bien public et la consommation de biens privés.

1. Définissez l'ensemble des allocations réalisables (i.e. compatibles avec le financement de la production du bien public et qui vérifient les conditions de signe $x > 0, M_1 > 0, M_2 > 0$).

2. Définissez l'ensemble des optima de Pareto. Vous pouvez pour cela utiliser la propriété selon laquelle les optima de Pareto coïncident avec les allocations réalisables qui vérifient la condition de Bowen-Lindhal-Samuelson (B.L.S).

3. Déterminez l'optimum de Pareto associé à des prélèvements identiques $t_1 = t_2$.

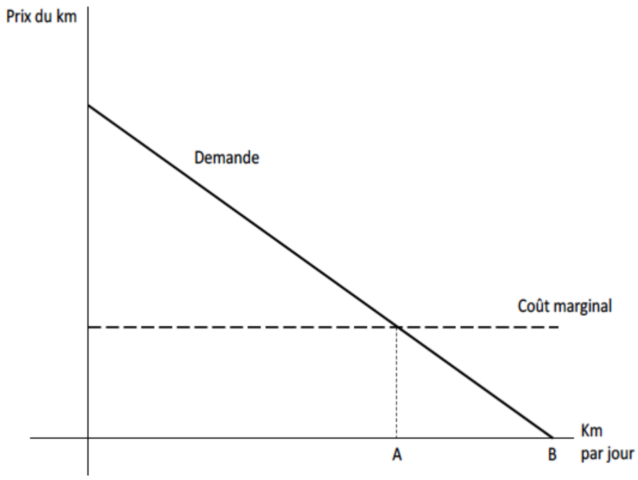
4*. Caractérisez l'équilibre de Lindhal, c'est-à-dire l'équilibre avec prix personnalisés. Montrez que c'est un optimum de Pareto.

5. On détermine la production de bien public sur la base d'une souscription : chaque individu i détermine librement le montant t_i de la contribution, la quantité de bien public étant égale à $t_1 + t_2$. Déterminez l'allocation qui résulte de cette souscription. Est-ce un optimum de Pareto ?

TD 4 : Asymétrie d'Information I. Séléction Adverse

Exercice 1 : Location de voitures

Les consommateurs qui louent des voitures ont chacun une courbe de demande de kilométres telle que présentée ci-dessous. Le coût d'utilisation d'une voiture pendant une journée est de 30 euros, auquel s'ajoute un coût marginal de 0.25 euros par km parcouru. Le marché de la location de voitures est supposé parfaitement concurrentiel.



1. A l'équilibre, comment sont tarifés les contrats de location de voitures quand on peut mesurer de manière consensuelle les kilométres parcourus (donner le prix par jour et le prix par km) ?

2. Il apparaît dans les journaux qu'une entreprise de location de voitures a falsifié les compteurs de ses voitures. L'autorité de régulation du marché impose alors pour protéger les consommateurs que les entreprises ne facturent plus que les jours de location. Vous référant au graphique ci-dessus, quel est alors le prix d'équilibre journalier de location de voiture ?

3. Quelle est la perte sociale attendue suite à l'impossibilité de facturer les kilométres parcourus?

Exercice 2 : Révélation par signalement du vendeur

Deux concessions de voitures d'occasion se font concurrence côte à côte. La première, Les Voitures Dupont, vend toujours des voitures de meilleure qualité que la seconde, Les Voitures Durant. Les consommateurs sont prêts à payer jusqu'à 10.000 EUR pour une voiture de haute qualité et seulement 7.000 EUR pour une voiture de basse qualité, mais ils n'ont pas l'information de qui vend quoi et sont donc seulement prêts à payer 8.500 EUR pour une voiture de qualité inconnue. Etant donné l'état des voitures, une garantie pièces et main d'oeuvre coûte 1.000 EUR par année de garantie à Dupont et 2.000 EUR par année de garantie à Durant.

L'entreprise qui proposera la garantie la plus longue sera considérée par les consommateurs comme ayant des voitures de haute qualité.

1. On suppose que Dupont offre une année de garantie.

   a. Quels sont les gains ou pertes de Durant s'il n'offre aucune année de garantie, s'il en offre une, s'il en offre deux ?

   b. Quels sont les gains ou pertes de Dupont si Durant n'offre aucune année de garantie, s'il en offre une, s'il en offre deux ?

   c. Que va faire Durant ?

   d. Est-ce une bonne idée pour Dupont d'offrir une année de garantie?

2. Faire les mêmes raisonnements en supposant que Dupont n'offre pas de garantie, offre deux années de garantie, trois années de garantie.

3. En déduire les garanties effectivement offertes par les deux concessionnaires.

Exercice 3 : Signalement par le diplôme

Supposons que 40% de la population soit déjà fortement qualifiée avec une valeur présente actualisée de leur productivité marginale égale à 200.000 euros. Ces personnes peuvent acquérir un diplôme universitaire à un coût actualisé de 40.000 euros. Quant aux 60% restants, leur productivité marginale est de 120.000 euros et ils peuvent acquérir un diplôme universitaire à un coût actualisé de 90.000 euros. Les employeurs potentiels sont incapables d'identifier qui est fortement qualifié et qui ne l'est pas.

1. Quelle est la valeur à l'équilibre des salaires actualisés proposés aux travailleurs diplômés et non diplômés ?

2. Si le coût de la formation augmente fortement et passe à 100.000 euros pour les qualifiés et 140.000 euros pour les non qualifiés, que devient la valeur attendue des salaires payés aux deux types de travailleurs ?

Exercice 4 : Marché de vieilles voitures

Chaque année, 1000 citoyens de Vilebrequin en Bretagne, vendent leurs vieilles voitures et en achètent de nouvelles. Le propriétaire d'une vieille voiture n'a pas assez de place pour conserver un second véhicule et doit vendre l'ancien, quel que soit le prix du marché. La qualité des voitures d'occasion varie fortement d'une voiture à une autre. Le propriétaire sait ce qui est bien et ce qui est mauvais sur sa voiture mais les acheteurs potentiels ne peuvent rien percevoir en la regardant. Malheureusement, bien qu'à d'autres égards les propriétaires soient des citoyens modèles, ils n'ont aucun scrupule à mentir à propos de leur vieille voiture. Chaque voiture a une valeur V. Cette valeur est ce qu'un acheteur connaissant toutes les caractéristiques de la voiture serait prêt à payer. Il y a un très grand nombre d'acheteurs potentiels chacun étant prêt à payer V euros pour une voiture qui en vaut V.

La distribution de la valeur des voitures d'occasion sur le marché peut être décrite assez simplement. Chaque année, pour tout V compris entre 0 et 2000 euros, il y a $V/2$ voitures sur le marché qui ont une valeur plus basse que V. Les acheteurs potentiels de voiture d'occasion sont neutres vis-à-vis du risque. Cela signifie, que s'ils ne connaissent pas avec certitude la valeur d'une voiture, ils l'évaluent à sa valeur attendue, étant donné l'information dont ils disposent.

Le garage Marcel teste toutes les voitures d'occasion et est capable de déterminer leur valeur V. Le garage Marcel est reconnu pour être extrêmement précis et parfaitement honnête. Le seul problème c'est qu'un contrôle technique précis de ce garage coûte 200 euros. Les propriétaires de mauvaises voitures ne sont évidemment pas prêts à payer 200 euros pour que le garage Marcel clame haut et fort que leur voiture est en mauvais état. Mais les propriétaires de bonnes voitures par contre sont prêts à payer Marcel 200 euros pour qu'il révèle à tous la valeur de leur voiture et qu'il puissent ainsi la vendre à sa vraie valeur.

1. Si personne ne fait expertiser sa voiture, quel sera le prix du marché des voitures d'occasion à Vilebrequin ? Quel sera le montant total perçu par les propriètaires de voitures d'occasion ?

2. Si toutes les voitures qui valent plus que X euros sont expertisées et que toutes les voitures qui valent moins que X euros sont vendues sans aucune appréciation, quel sera le prix du marché des voitures qui n'ont pas été expertisées par le garage Marcel ?

3. Si toutes les voitures qui valent plus que X euros sont expertisées et que toutes celles qui valent moins de X euros sont vendues sans aucune évaluation, alors si votre voiture vaut X euros, combien gagneriez-vous en faisant expertiser votre voiture et en la vendant à sa vraie valeur ? Combien gagneriez-vous en la vendant sans qu'elle ne soit évaluée ?

4. À l'équilibre, il existera une voiture de qualité pivot de sorte que les voitures de meilleure qualité seront expertisées et celles de moins bonne qualité seront vendues sans expertise. Le

propriétaire de cette voiture sera indifférent entre vendre sa voiture sans estimation ou la faire estimer et la vendre à sa vraie valeur. Quelle sera la valeur de cette voiture pivot ?

5. À l'équilibre, combien de voitures seront vendues sans expertise et à quel prix seront-elles vendues ?

6. À l'équilibre, quelle sera la recette nette des propriétaires de toutes les voitures d'occasion après le paiement du garage Marcel pour ses expertises ?

Exercice 5 : Marché du travail avec asymétrie d'information

Une entreprise produit en utilisant du travail comme seul facteur de production. Les I travailleurs potentiels ont des caractéristiques cachées θ qu'ils connaissent mais qui ne peuvent être devinées par l'entreprise. Ces caractéristiques sont réparties uniformément sur l'intervalle $[0, 1]$.

La caractéristique θ d'un individu détermine :

- son salaire de réservation $r(\theta) = 0.2 + 0.1\ \theta$
- et sa productivité : s'il est embauché, il produit une quantité θ de biens, vendus à un prix égal à 1.

Enfin, le salaire proposé par l'entreprise (unique car elle ne perçoit pas les différences entre les travailleurs) est w.

1. Si le salaire est w, déterminer le seuil $\theta^{\max}$ sur θ au-dessus duquel les travailleurs refusent l'emploi et en dessous duquel ils l'acceptent. En déduire la productivité moyenne θ_{moy} des agents travaillant.

2. Si les entreprises sont en concurrence pure et parfaite, quel est le salaire offert si les agents $[0, \theta^{\max}]$ participent?

3. En déduire le salaire d'équilibre et les agents travaillant.

4. Comparer avec l'équilibre en information parfaite.

Exercice 6 : Marché du travail et signalement*

Continuons avec le modèle de l'exercice précédent. Une entreprise produit uniquement à partir de travail. Les I travailleurs potentiels ont des caractéristiques cachées θ qu'ils connaissent, mais que l'entreprise ne peut observer. Ces caractéristiques sont distribuées uniformément sur l'intervalle $[0, 1]$. Ces agents ont un salaire de réservation $r(\theta) = 0.2 + 0.1 * \theta$ dépendant de leur caractéristique. S'ils sont embauchés, ils produisent une quantité θ de biens, vendus à un prix égal á 1.

Enfin, les salaires proposés par l'entreprise sont $\overline{w}$ s'ils ont un diplôme et $\underline{w}$ sinon. Le diplôme est supposé avoir un coût décroissant avec la caractéristique : $c(\theta) = 0.6 - 0.2 * \theta$.

On appelle θ^l, le seuil de productivité en dessous duquel les individus renoncent à acquérir le diplôme.

1. Déterminer $\underline{\mathrm{w}}$ et $\bar{w}$ en fonction de θ^l en supposant que tous les travailleurs travaillent.

2. Quelle valeur de θ^l conduit effectivement à une situation où les travailleurs de faible productivité renoncent à acquérir le diplôme tandis que les individus de forte productivité décident de l'acquérir ? En déduire les salaires proposés.

3. Vérifier que tous les travailleurs décident de participer au marché du travail.

TD 5: Asymétrie d'Information II. Alèa Moral

Exercice 1 : Salaire d'efficience

Partons du principe que toutes les entreprises souhaitent se débarrasser des travailleurs qui rechignent au travail.

1. Si une seule entreprise augmente ses salaires, cela a-t-il un effet sur l'effort au travail ?
2. Si toutes augmentent leurs salaires, cela a-t-il un effet sur l'effort au travail ?

Exercice 2 : Assurances individuelles et obligatoires

Une assurance santé collective pour l'ensemble des salariés d'une entreprise est généralement beaucoup moins chère que l'ensemble des assurances individuelles. Les polices collectives d'assurance automobile ne sont pas beaucoup moins chères que les individuelles. La loi exige que les individus prennent une assurance automobile.

1. Expliquer les différences de prix entre assurance collective et individuelle.
2. Pourquoi n'observe-t-on pas les mêmes différences dans l'assurance santé et l'assurance automobile ?

Exercice 3 : Contrat optimal de dirigeant

Le profit d'une grande entreprise dépend de la conjoncture et de l'effort de son dirigeant, comme présenté dans le tableau suivant (le profit est donné en EUR).

Conjoncture	Basse	Moyenne	Haute
Effort faible	5 millions	10 millions	15 millions
Effort élevé	10 millions	15 millions	17 millions

On suppose que chacune des conjonctures survient avec probabilité 1/3.

La fonction d'utilité du dirigeant est $U(w, e) = \sqrt{w} - 100\ \delta_e$, où w est le salaire du dirigeant et δ_e vaut 0 s'il fait un effort faible et 1 s'il fait un effort élevé. Les actionnaires peuvent voir le niveau de profit mais ne connaissent pas l'effort du dirigeant. Ils cherchent le contrat de rémunération qui leur assure la plus haute espérance de profit.

1. Quelle différence peut-on noter entre la fonction objectif du dirigeant et celle des actionnaires?
2. Si le contrat consiste en un salaire fixe de 575.000 EUR, quel sera l'effort du dirigeant et son utilité espérée ? Quel est alors le profit espéré des actionnaires ?
3. Si le contrat consiste en une part de 6% des profits, quel sera l'effort du dirigeant et son utilité espérée ? Quel est alors le profit espéré des actionnaires ?
4. Si le contrat consiste en un salaire fixe de 500.000 EUR plus 50% des profits supérieurs à 15 millions, quel sera l'effort du dirigeant et son utilit\é espérée ? Quel est alors le profit espéré des actionnaires ?
5. Quel est le contrat préféré du dirigeant ? Et des actionnaires ?

Exercice 4 : Contrat optimal de dirigeant 2

Une société est créée en vue d'un projet d'investissement spécifique. Le revenu net de l'investissement initial est une variable aléatoire r qui peut prendre deux valeurs : 1 en cas d'échec et 15 en cas de succès. Un manager est embauché pour gérer le projet. Les chances de succès dépendent de l'effort fourni par le manager dans son travail, noté e. Cet effort peut prendre 2 valeurs 0 ou 1 : si $e = 0$ (pas d'effort) la probabilité de succès est de 1/3 ; si $e = 1$ (effort) la probabilité de succès est de 2/3. L'utilité du manager dépend de son revenu monétaire t et de son effort e au travers d'une fonction d'utilité $U = Log\, t - e\, Log\, 2$. Le manager fait un effort s'il peut en retirer une utilité au moins égale à l'absence d'effort, et il accepte le travail proposé s'il peut en retirer une utilité positive. Le profit de la société est égal au revenu net moins la rémunération du manager : $\pi = r - t$. Enfin, on suppose que les investisseurs ne peuvent pas contrôler le niveau d'effort du manager.

1. Supposons que le manager soit embauché avec un salaire fixe s. Quel sera son niveau d'effort ?

2. Toujours en supposant un salaire fixe, quel est le salaire minimum auquel le manager acceptera de travailler ? Quel est l'espérance de profit qui en résulte ?

3. Un contrat contingent est un contrat qui promet au manager un paiement x en cas de succès et y en cas d'échec. Quels contrats (x, y) inciteront le manager à faire un effort au travail ?

4. Parmi les contrats qui incitent le manager à faire un effort, quels contrats (x, y) inciteront le manager à accepter le travail proposé ?

5. Supposons $x = 8y$. Quel est l'effort fourni par le manager ? Quel contrat (x, y) minimise l'espérance de la rémunération du manager tout en l'incitant à accepter le travail proposé ? Quel est l'espérance de profit qui en résulte ?

6. Supposons que l'on promet au manager un salaire fixe s et une fraction $\alpha \in [0; 1]$ des profits de la société (avec $\pi = r - s$). Quel couple (s, α) permet de reproduire le contrat étudié à la question précédente ?