CY Cergy Paris Université
L2 Eco-Finance, 2023/2024
Microéconomie IV
Contrôle Continu, 07 Mars 2024, 17.15-18.45
Les documents ne sont pas autorisés.
Pour l'ensemble des questions, **justifiez précisément** vos réponses.

Exercice 1 (14 points)

Soit une économie d'échange comprenant deux agents, $i = 1, 2$, et deux biens, A et V. Les fonctions d'utilité des agents sont :

$$\begin{aligned} U_1(A_1, V_1) &= A_1 V_1 \\ U_2(A_2, V_2) &= (A_2)^2 V_2 \end{aligned}$$

Les dotations initiales des deux agents en biens A et V sont :

$$\begin{aligned} W_1^A &= 1; W_1^V = 0 \\ W_2^A &= 0; W_2^V = 1 \end{aligned}$$

1. Représenter sur une boite d'Edgeworth: l'allocation initiale, les courbes d'indifférence pour les deux consommateurs, et préciser pour chaque individu la première courbe d'indifférence associée à un niveau d'utilité nul ($U_1 = 0$ et $U_2 = 0$). (2 pts)
2. Calculer le taux marginal de substitution (TMS) pour les deux agents. (2 pts)
3. Donner la définition d'une allocation pareto-optimale. L'allocation initiale est-elle un optimum de Pareto ? (1pt)
4. Donner l'équation de la courbe des contrats et représenter la dans la boîte d'Edgeworth. Hachurer la zone des échanges mutuellement avantageuses, si necessaire. (3 pts)

Considérons ensuite un marché concurrentiel avec p_A et p_V les prix pour bien A et bien V, respectivement.

1. Déterminer les fonctions de demande (de chaque bien) du consommateur 1 et 2. (2 pts)
2. Déterminer l'équilibre concurrentiel (prix et allocation) pour chaque agent. Représenter ensuite l'allocation d'équilibre dans la même boîte d'Edgeworth que dans la question 4. (3 pts)
3. L'équilibre concurrentiel est-il un optimum de Pareto? Justifiez brièvement votre réponse. (1 pt)

Exercice 2 (6 points)

La pépinière Acme et la brasserie Badweiser sont adjacentes l'une à l'autre. Chaque impose un coût externe sur l'autre: l'engrais utilisé par Acme augmente les coûts de Badweiser et la pollution de l'air issue de la production de Badweiser augmente les coûts d'Acme. Spécifiquement, si x_A et x_B sont les niveaux de production d'Acme et de Badweiser, leurs profits, en euros par heure, sont donnés par le fonctions π_A pour Acme π_B pour Badwesier:

$$\begin{aligned}\pi_A &= (30 - x_B)x_A - x_A^2 \\ \pi_B &= (30 - x_A)x_B - x_B^2\end{aligned}$$

1. En supposant que chaque firme prend le niveau de production de l'autre comme donné, déterminer les niveaux de production individuelles pour Acme et Badweiser. (3 pts)
2. Si les deux firmes étaient en mesure de choisir leurs niveaux de production de manière coopérative (par exemple après une fusion), quels seraient ces niveaux? Indice: vous pouvez chercher une solution symétrique. (2 pts)
3. Préciser le type d'externalité présente et les consequences de cette externalité sur le rapport entre l'optimum individuel (privé) et l'optimum collectif (social). (1 pt)

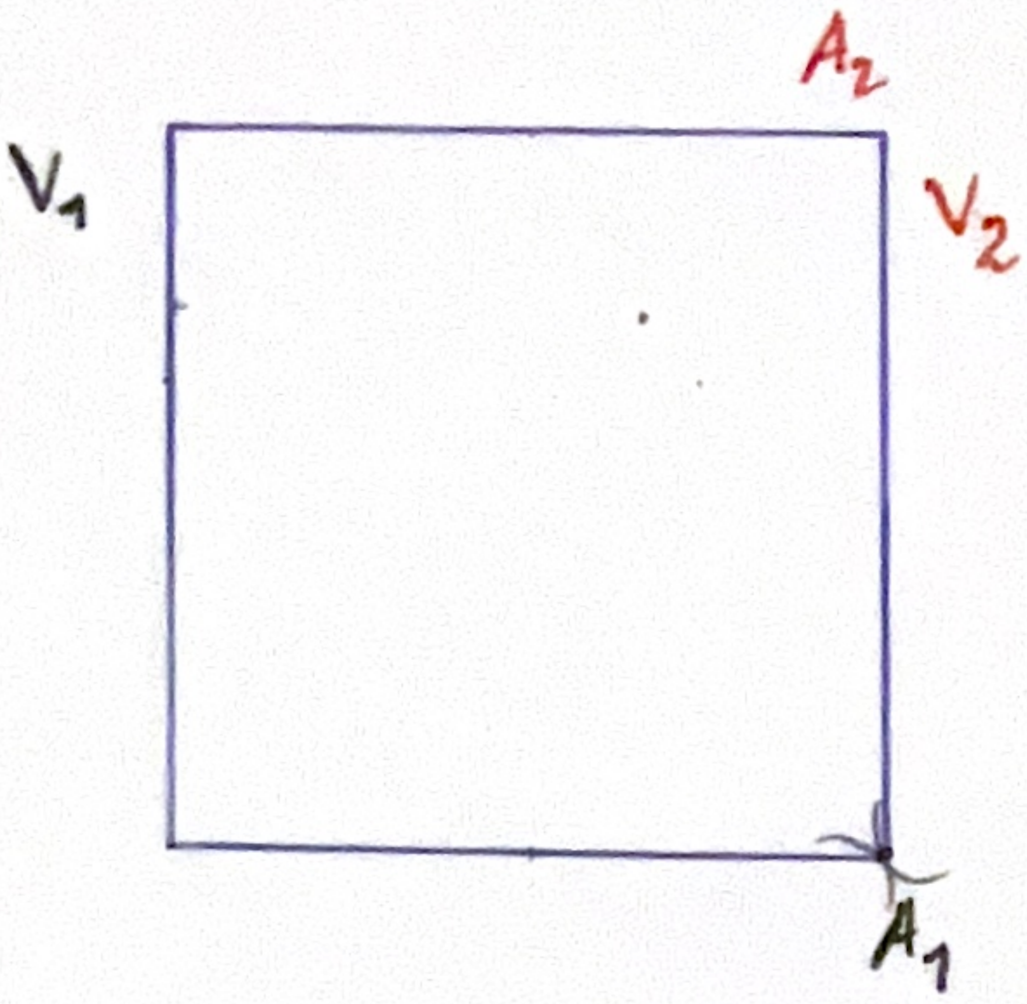
Contrôl Continu, 07 mars 2024

<u>Exercice 1</u>

$u_1(A_1, V_1) = A_1 V_1$ $\qquad$ $u_2(A_2, V_2) = (A_2)^2 V_2$

$W_1^A = 1$, $W_1^V = 0$ $\qquad$ $W_2^A = 0$, $W_2^V = 1$

Pour $u_1 = 0$, la courbe d'indifférence est soit l'axe des abscisses, soit l'axe des ordonnées, soit l'ordonnée à l'origine.
Similairement pour $u_2 = 0$.



~~Pour $u_1 = 1/2$~~
~~Pour $A_1 = 1/2 \Rightarrow V_1 = 1$~~
~~Pour $A_1 = 1 \Rightarrow V_1 = 1/2$~~
~~Pour $A_1 = 2/3 \Rightarrow V_1 = 3/2$~~

Pr $u_1 = \frac{1}{2}$

si $A_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow V_1 = 1$

si $A_1 = 1 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{2}$

si $A_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow V_1 = 3/4$

si $A_1 = 3/4 \Rightarrow V_1 = \frac{2}{3}$

Pr $u_2 = \frac{1}{4}$

si $A_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow V_2 = 1$

si $A_2 = 1 \Rightarrow V_2 = \frac{1}{4}$

si $A_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{9}$

2 - $TMS_1 = \dfrac{\partial u_1 / \partial A_1}{\partial u_1 / \partial V_1} = \dfrac{V_1}{A_1}$

$TMS_2 = \dfrac{\partial u_2 / \partial A_2}{\partial u_2 / \partial V_2} = \dfrac{2 A_2 V_2}{(A_2)^2} = \dfrac{2 V_2}{A_2}$

3 - Une allocat° Pareto-optimale est une allocation de ressources ds une économie telle qu'il n'est pas possible d'améliorer la situation d'au moins un individu sans détériorer la situation d'au moins un autre individu.
En d'autres termes, une allocation est Pareto optimale si une réaffectation des ressources ne peut être effectuée de manière à rendre au moins une personne meilleure ss rendre une personne au-une personne moins bien.

L'allocat° initiale est un optimum de Pareto si
$TMS_1 = TMS_2 \Rightarrow \dfrac{V_1}{A_1} = \dfrac{2 V_2}{A_2}$

$\dfrac{0}{1} \neq \dfrac{2 \times 1}{0}$

Donc l'allocat° initiale n'est pas Pareto optimale.

4 - L'equation de la courbe des contrats :

1) $TMS_1 = TMS_2 \iff \frac{V_1}{A_1} = \frac{2V_2}{A_2}$ ①

2) $A_1 + A_2 = 1$ et $V_1 + V_2 = 1$ ②

$A_1 = 1 - A_2$ et $V_1 = 1 - V_2$

Remplaçons A_1 et A_2 ds l'eq (1) :

$$\frac{1-V_2}{1-A_2} = \frac{2V_2}{A_2} \Rightarrow \frac{A_2}{1-A_2} = \frac{2V_2}{1-V_2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1-A_2}{A_2}} = \frac{2V_2}{1-V_2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{A_2}-1} = \frac{2V_2}{1-V_2}$$

$$\frac{1-V_2}{2V_2} = \frac{1}{A_2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{A_2} = \frac{1-V_2}{2V_2} + 1 \Rightarrow \frac{1}{A_2} = \frac{1-V_2+2V_2}{2V_2}$$

$$A_2 = \frac{2V_2}{1+V_2}, \quad A_1 = \frac{V_1}{2-V_1}, \quad V_2 = \frac{A_2}{2-A_2}, \quad V_1 = \frac{2A_1}{1+A_1}$$

Pr trouver les pts par lesquels elle passe, on remplace de l'équat° selon l'eq ② :

a) Si $V_2 = 0 \Rightarrow A_2 = 0$

b) Si $V_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{2}{3}$

c) Si $V_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow A_2 = \frac{4}{5}$

d) Si $V_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow A_2 = \frac{1}{2}$

e) Si $V_2 = 1 \Rightarrow A_2 = 1$

$A_1 + A_2 = 2$ et $V_1 + V_2 = 1$

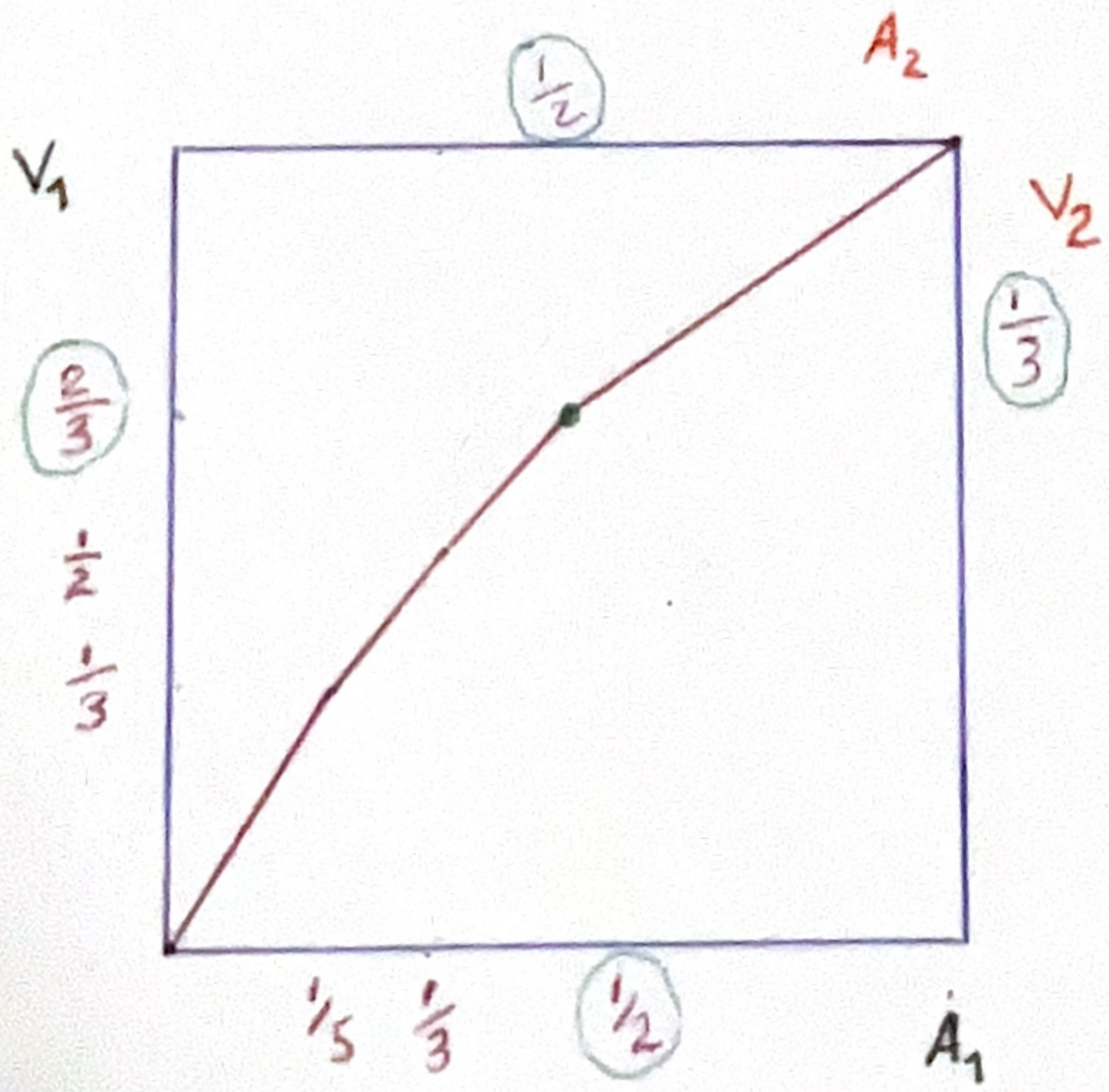
a) $A_1 = 1$, $V_1 = 1$

b) $A_1 = \frac{1}{3}$, $V_1 = \frac{1}{2}$

c) $A_1 = \frac{1}{5}$, $V_1 = \frac{1}{3}$

d) $A_1 = \frac{1}{2}$, $V_1 = \frac{2}{3}$

e) $A_1 = 0$, $V_1 = 0$



2ème partie

1- $\max U_1 = A_1 V_1$ s.t $P_A A_1 + P_V V_1 = P_A \omega_1^A + P_V \omega_1^V$

$P_A A_1 + P_V V_1 = P_A$

$\mathcal{L} = A_1 V_1 - \lambda (P_A A_1 + P_V V_1 - P_A)$

$\mathcal{L}_{A_1} = V_1 = \lambda P_A$, $\mathcal{L}_{V_1} = A_1 = \lambda P_V$, $\mathcal{L}_\lambda = P_A A_1 + P_V V_1 = P_A$

$\frac{V_1}{A_1} = \frac{\lambda P_A}{\lambda P_V} \Rightarrow \underline{V_1 = A_1 \frac{P_A}{P_V}}$

$P_A A_1 + P_V A_1 \frac{P_A}{P_V} = P_A \Rightarrow \boxed{A_1 = \frac{1}{2}}$

$\boxed{V_1 = \frac{1}{2} \frac{P_A}{P_V}}$

$\max U_2 = A_2^2 V_2$ s.t $P_A A_2 + P_V V_2 = P_A \omega_2^A + P_V \omega_2^V$

$P_A A_2 + P_V V_2 = P_V$

$\mathcal{L} = A_2^2 V_2 - \lambda (P_A A_2 + P_V V_2 - P_V)$

$\mathcal{L}_{A_2} = 2 A_2 V_2 = \lambda P_A$, $\mathcal{L}_{V_2} = A_2^2 = \lambda P_V$, $\mathcal{L}_\lambda = P_A A_2 + P_V V_2 = P_V$

$\frac{2 A_2 V_2}{A_2^2} = \frac{\lambda P_A}{\lambda P_V} \Rightarrow \underline{V_2 = \frac{1}{2} A_2 \frac{P_A}{P_V}}$

$P_A A_2 + P_V \frac{1}{2} A_2 \frac{P_A}{P_V} \Rightarrow \boxed{A_2 = \frac{2}{3} \frac{P_V}{P_A}}$

$\boxed{V_2 = \frac{1}{3}}$

2- Posons $P = \frac{P_A}{P_V}$

Rappel : $A_1 + A_2 = V_1 + V_2 = 1$

D'où : $\frac{1}{2} + \frac{2}{3P} = 1 \Rightarrow \frac{2}{3P} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3P = 4 \Rightarrow \boxed{P = \frac{4}{3}}$

$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{2} P = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{2}{3}}$

$A_2 = \frac{2}{3P} = \frac{2}{3 \cdot \frac{4}{3}} \Rightarrow \boxed{A_2 = \frac{1}{2}}$

3. Vérifier si l'équilibre est un optimum de Pareto.

On va utiliser (l'équation) de la courbe des contrats qui représente l'ensemble des allocations Pareto optimales.

Plus haut, on a eu :

$$A_2 = \frac{2 V_2}{1 + V_2}$$

or $V_2 = \frac{1}{3}$

$$A_2 = \frac{2 \times \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} \Rightarrow \boxed{A_2 = \frac{1}{2}}$$

C'est exactement ce qu'on a dans 2, $\boxed{A_2 = \frac{1}{2}}$.

Donc l'équilibre est un optimum de Pareto.

→ On pourrait utiliser n'importe quelle équation de la courbe de contrats pour la preuve.

Exercice 2

$$\pi_A = (30 - x_B)\,x_A - x_A^2 \qquad \pi_B = (30 - x_A)\,x_B - x_B^2$$

1. $$\frac{\partial \pi_A}{\partial x_A} = 0 \iff 30 - x_B - 2x_A = 0 \iff \underline{x_A = 15 - \tfrac{1}{2} x_B}$$

$$\frac{\partial \pi_B}{\partial x_B} = 0 \iff 30 - x_A - 2x_B = 0 \iff \underline{x_B = 15 - \tfrac{1}{2} x_A}$$

$$\begin{cases} x_A = 15 - \frac{1}{2} x_B \\ x_B = 15 - \frac{1}{2} x_A \end{cases} \Rightarrow x_A = 15 - \tfrac{1}{2}\left(15 - \tfrac{1}{2} x_A\right)$$

$$\boxed{x_A = 10}$$

$$x_B = 15 - \tfrac{1}{2}\,10 \Rightarrow \boxed{x_B = 10}$$

2. $$\pi = (30 - x_B)\,x_A - x_A^2 + (30 - x_A)\,x_B - x_B^2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_A} = 0 \iff 30 - x_B - 2x_A - x_B = 0 \Rightarrow \underline{x_A = 15 - x_B}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_B} = 0 \iff 30 - x_A - 2x_B - x_A = 0 \Rightarrow \underline{x_B = 15 - x_A}$$

$$\begin{cases} x_A = 15 - x_B \\ x_B = 15 - x_A \end{cases} \qquad \text{Posons } x_A = x_B$$

$$x_A + x_B = 15$$

$$\boxed{(x_A, x_B) = \left(\tfrac{15}{2}, \tfrac{15}{2}\right)}$$

3. ~~Le niveau de production x_A impacte négativement le fonction~~ niveau ~~de profit de B et vice-versa.~~ ~~De présen~~ ~~Ceci traduit une externalité négative~~ [La présence de l'externalité négative conduit à une divergence entre l'optimum privé individuel et l'optimum social.]
On observe une externalité négative, car l'activité d'une firme affecte négativement le profit de l'autre firme. [ ]. L'optimum social, ~~influençant~~ nécessitant une coordination entre les firmes, pr réduite leur production à un niveau qui minimise les externalités négatives et maximise le profit total de l'économie, qui est supérieur à celui obtenu ds le cas de l'optimum privé.